一类脉冲种群模型渐近概周期解的研究

王丽

(西北工业大学 理学院, 陕西 西安 710072)

摘　要:基于 Mawhin 延拓定理,研究了一类脉冲种群模型严格正的渐近概周期解的存在性。所得结论推广了已有文献的结论。由于 Mawhin 延拓定理之前仅被用来证明很多类方程(如:脉冲微分方程、泛函微分方程、积分方程、Lienard 型方程、P-Laplacian 方程等)周期解或概周期解的存在性,故具一定的创新性。

关 键 词:脉冲种群模型;渐近概周期解;Mawhin 延拓定理

中图分类号:O175　　**文献标志码:**A　　**文章编号:**1000-2758(2018)03-0597-05

脉冲微分方程对在瞬时干扰下状态发生突然变化的演变过程提供了一种自然的描述,关于该类方程的基本理论可参考文献[1]。周期解理论是脉冲微分方程理论中的重要分支[2],Mawhin 延拓定理则是研究脉冲微分方程周期解存在性的一种有利工具[3-4]。事实上,Mawhin 延拓定理也常被用来研究其它类型微分方程周期解的存在性,例如:泛函微分方程[5],Lienard 型方程[6],P-Laplacian 方程[7]等等,限于篇幅,此处不一一赘述。

2008 年,谢毅、李宪高教授在文献[8]中首次利用 Mawhin 延拓定理证明了一类单种群模型的概周期解的存在性。随后,J O Alzabut 等人延续文献[8]的思路,利用 Mawhin 延拓定理证明了一类 Logarithmic 种群模型的概周期解的存在性[9]。本文作者在文献[10]中通过研究逐段连续的概周期函数性质,将 Mawhin 延拓定理应用到了证明带脉冲的一类种群模型的概周期解的存在性上。到目前为止,还未发现有文献利用 Mawhin 延拓定理研究方程的渐近概周期解的存在性。事实上,渐近概周期作为概周期的一种推广,具有重要的实际意义及研究价值[11],鉴于此,本文将利用 Mawhin 延拓定理研究一类脉冲扰动下的种群模型的严格正的渐近概周期解的存在性。显然,本文具有一定的创新性。除此之外,本文结论部分也说明了,本文的主要结果是已有相关结果的推广。

1　预备知识

在这一节我们将给出一些预备知识,为后面主要结论的证明做准备。首先要注意到的是,脉冲方程的解是分段连续的,所以,区别于 Bohr 意义下连续的渐近概周期函数[12](这类函数的全体组成的空间用 $AAP(\mathbf{R})$ 表示),本文首先给出分段连续的渐近概周期函数定义,令 $PC(\mathbf{R},\mathbf{R})$ 表示全体从 $\mathbf{R}$ 到 $\mathbf{R}$ 的具有第一类间断点 t_k 并在 t_k 处左连续的分段连续函数全体。

定义 1[2]　函数 $\phi(\cdot) \in PC(\mathbf{R},\mathbf{R})$ 被称为概周期函数是指:① 函数间断点组成的序列 $\{t_k\}$ 是一致概周期的且 $\inf\limits_{k\in\mathbf{R}} t_k^1 = \inf\limits_{k\in\mathbf{R}}(t_{k+1} - t_k) = \theta > 0$;② 对 $\forall\varepsilon > 0$, $\exists\delta > 0$ 使得若 t_1 和 t_2 属于 $\phi(\cdot)$ 的同一个连续区间,当 $|t_1 - t_2| < \delta$ 时,有 $|\varphi(t_1) - \varphi(t_2)| < \varepsilon$;③ 对 $\forall\varepsilon > 0$,存在相对稠密的集合 $T(\phi,\varepsilon)$,对 $\forall\tau \in T(\phi,\varepsilon)$ 均有 $|\phi(t+\tau) - \phi(t)| < \varepsilon$, $\forall |t - t_k| > \varepsilon$ 成立,用 $\overline{AP}(\mathbf{R})$ 表示全体该类函数组成的空间。

定义 2　称函数 $\phi(\cdot) \in PC(\mathbf{R},\mathbf{R})$ 是渐近概周期函数是指:$\phi(\cdot) = \phi_1(\cdot) + \phi_0(\cdot)$,其中,$\phi_1(\cdot) \in \overline{AP}(\mathbf{R})$,$\phi_0(\cdot) \in \bar{C}_0(\mathbf{R}) = \{\phi(\cdot) | \phi(\cdot) \in PC$

收稿日期:2017-04-02　　**基金项目:**陕西省自然科学基础研究计划(2017JM5140)资助
作者简介:王丽(1982—),西北工业大学博士、副教授,主要从事生物模型动力学性质研究。

$(\mathbf{R},\mathbf{R})$ 且 $\lim\limits_{t\to\infty}|\phi(t)|=0,\}$ 用 $\overline{AAP}(\mathbf{R})$ 表示全体该类函数组成的集合。

注 1 分段连续的渐近概周期函数定义 2 是 Bohr 意义下连续的渐近概周期函数定义[12] 的推广。

为方便起见,我们引入一些基本的记号:若函数 $\varphi(\cdot)\in AAP(\mathbf{R})$(或 $\overline{AAP}(\mathbf{R})$),则 $\varphi(\cdot)=\varphi_1(\cdot)+\varphi_0(\cdot)$,其概周期部分记为 $\varphi_1(\cdot)$,扰动部分记为 $\varphi_0(\cdot)$,其平均极限值用 $m(\varphi)=\lim\limits_{T\to\infty}\dfrac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\varphi(s)\mathrm{d}s$ 表示;若 $\phi(\cdot)\in AP(\mathbf{R})$ 或 $\overline{AP}(\mathbf{R})$,用 Λ_ϕ 表示函数 ϕ 的 Fourier 指数,$\mathrm{mod}(\phi)$ 表示 ϕ 的模,其平均极限值也用 $m(\phi)$ 表示。

本文主要研究一类带脉冲的种群模型:

$$\begin{cases}N'(t)=N(t)[a(t)-b(t)N(t)-\\ \quad d(t)N(t-\tau(t))] & t\neq t_k\\ N(t_k^+)=(1+c_k)N(t_k) & t=t_k,k=1,2,3,\cdots\end{cases}\tag{1}$$

进一步的,假设方程(1)中参数满足如下条件:

(H1) $a(\cdot),b(\cdot),d(\cdot)\in AAP(\mathbf{R}),\tau(\cdot)\in AP(\mathbf{R}),b(\cdot),d(\cdot)$ 的概周期部分 $b_1(\cdot),d_1(\cdot)$ 非负,$\{c_k\}$ 是概周期序列,$\{t_k\}$ 是一致概周期序列;

(H2) $\prod\limits_{0<t_k<t}(1+c_k)$, $\prod\limits_{0<t_k<t-\tau(t)}(1+c_k)$ 是正的概周期函数且 $\inf_{t\in\mathbf{R}}\prod\limits_{0<t_k<t}(1+c_k)>0$;

(H3) $m(a)>m(|b|\prod\limits_{0<t_k<t}(1+c_k))+m(|d|\prod\limits_{0<t_k<t-\tau(t)}(1+c_k))$。

在开始研究方程(1)的严格正的渐近概周期解的存在性之前,我们首先考虑方程:

$$y'(t)=y(t)[a(t)-b(t)\prod_{0<t_k<t}(1+c_k)y(t)-d(t)\prod_{0<t_k<t-\tau(t)}(1+c_k)y(t-\tau(t))]\tag{2}$$

注意到条件(H2),类似于文献[10]可知,方程(1)和(2)的解有如下关系:

引理 3 若方程(1)存在正解 $N(t)\in\overline{AAP}(\mathbf{R})$,则 $y(t)=\prod\limits_{0<t_k<t}(1+c_k)^{-1}N(t)\in AAP(\mathbf{R})$ 是方程(2)的正解;若方程(2)存在正解 $y(t)\in AAP(\mathbf{R})$,则 $N(t)=\prod\limits_{0<t_k<t}(1+c_k)y(t)\in\overline{AAP}(\mathbf{R})$ 是方程(1)的正解。

令 $y(t)=\mathrm{e}^{x(t)}$,则 $x(t)$ 满足方程:

$$x'(t)=a(t)-b)(t)\prod_{0<t_k<t}(1+c_k)\mathrm{e}^{x(t)}-d(t)\prod_{0<t_k<t-\tau(t)}(1+c_k)\mathrm{e}^{x(t-\tau(t))}\tag{3}$$

显然,若方程(3)存在 $AAP(\mathbf{R})$ 解,则方程(2)存在严格正的 $AAP(\mathbf{R})$ 解。结合引理 3 可知,为了证明方程(1)存在严格正的渐近概周期解,只需证明方程(3)的 Bohr 意义下的渐近概周期解的存在性。本文用到的方法 Mawhin 延拓定理可参见文献[4-10,13],为节省篇幅,此处省略不提。

2 论证过程

在这一节,我们将利用 Mawhin 延拓定理证明方程(3)的渐近概周期解的存在性。为此,我们首先令:

$$\begin{aligned}X_1=\{&x\in AAP(\mathbf{R}),x=x_1+x_0,x_1\in AP(\mathbf{R}),\\&x_0\in C_0(\mathbf{R}),\mathrm{mod}(x_1)\subset\mathrm{mod}(F),\\&\forall\lambda\in\Lambda_{x_1},\alpha_1>|\lambda|>\alpha,\\&\int_0^t x_0(s)\mathrm{d}s\in C_0(\mathbf{R}),|\int_0^t x_0(s)\mathrm{d}s|<M\}\cup\{0\},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Z_1=\{&z\in\overline{AAP}(\mathbf{R}),z=z_1+z_0,z_1\in\overline{AP}(\mathbf{R}),\\&z_0\in\overline{C_0}(\mathbf{R}),\mathrm{mod}(z_1)\subset\mathrm{mod}(F),\ \forall\lambda\in\Lambda_{z_1},\\&\alpha_1>|\lambda|>\alpha,\sum_{i=1}^{\infty}|a(\lambda_i,z_1)|<+\infty,\\&\int_0^t z_0(s)\mathrm{d}s\in C_0(\mathbf{R}),|\int_0^t z_0(s)\mathrm{d}s|<M\}\cup\{0\},\end{aligned}$$

$$Z_2=X_2=\{x(\cdot)\equiv h,\ \forall h\in\mathbf{R}\}$$

此处,α_1,α,M 是给定的正常数,$F(\cdot)$ 是给定的概周期函数,令 $X=X_1\oplus X_2,Z=Z_1\oplus Z_2$,对任意的 $\phi\in X$ or Z,定义 $\|\phi\|=\sup_{t\in\mathbf{R}}|\phi(t)|$,则有:

引理 4 X 和 Z 均是 Banach 空间。

证明 根据文献[10,12]易知,为了证明 $X(Z)$ 是 Banach 空间,只需证明 $X_1(Z_1)$ 中 $C_0(\mathbf{R})(\bar{C}_0(\mathbf{R}))$ 序列 $\{z_{n0}\}$ 具有封闭性。我们以 X_1 为例证明,Z_1 类似可得。假设 $\{z_{n0}(\cdot)\}\subset C_0(\mathbf{R})$ 满足 $|\int_0^t z_{n0}(s)\mathrm{d}s|<M$ 且 $\int_0^t z_{n0}(s)\mathrm{d}s\in C_0(\mathbf{R})$, $z_{n0}(\cdot)\Rightarrow z_0(\cdot)$,现需要证明 $z_0(\cdot)\in C_0(\mathbf{R})$, $\int_0^t z_0(s)\mathrm{d}s\in C_0(\mathbf{R}),|\int_0^t z_0(s)\mathrm{d}s|<M$。首先,易知

$z_0(\cdot) \in C_0(\mathbf{R})$。若 $\exists t^+ \in \mathbf{R}$ 使得 $\left|\int_0^{t^+} z_0(s)\mathrm{d}s\right| \geqslant M$ 则对充分大的 n 一定有 $\left|\int_0^{t^+} z_{n0}(s)\mathrm{d}s\right| \geqslant M$, 故, $\left|\int_0^{t} z_0(s)\mathrm{d}s\right| < M$。接下来证明, $\int_0^t z_0(s)\mathrm{d}s \in C_0(\mathbf{R})$, 若不然, $\exists \varepsilon_1 > 0$ 及一列趋于无穷的序列 $\{t_k\}$ 使得 $\left|\int_0^{t_k} z_0(s)\mathrm{d}s\right| = \left|\int_0^{t_k} \lim\limits_{n\to\infty} z_{n0}(s)\mathrm{d}s\right| > \varepsilon_1$, $\forall k$。因为, $z_{n0}(\cdot) \rightrightarrows z_0(\cdot)$, 故, $\left|\lim\limits_{n\to\infty}\int_0^{t_k} z_{n0}(s)\mathrm{d}s\right| > \varepsilon_1$, $\forall k$, 由此可知, $\exists n^*$ 满足 $\left|\int_0^{t_k} z_{n^*0}(s)\mathrm{d}s\right| > \dfrac{\varepsilon_1}{2}$, $\forall k$。由于 $\lim\limits_{k\to\infty} t_k = \infty$ 且 $\int_0^t z_{n^*0}(s)\mathrm{d}s \in C_0(\mathbf{R})$, 故, $\lim\limits_{k\to\infty}\int_0^{t_k} z_{n^*0}(s)\mathrm{d}s = 0$, 矛盾, 从而可知 $\int_0^t z_0(s)\mathrm{d}s \in C_0(\mathbf{R})$。证毕。

接下来我们定义一些 Mawhin 延拓定理中涉及的算子,令:

$$L:X \to Z,\ Lx = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t;\ P:X \to X,$$
$$Px = m(x);\ Q:Z \to Z,\ Qz = m(z),$$

则,我们有:

引理 5　L 是指标为 0 的 Fredholm 算子且 P,Q 连续, $\mathrm{Im}L = \mathrm{Ker}Q$, $\mathrm{Im}P = \mathrm{Ker}L$。

证明　注意到 Z_1 的结构,与文献[8-10]类似可证 L 是指标为 0 的 Fredholm 算子且 $\mathrm{Im}L = \mathrm{Ker}Q$, $\mathrm{Im}P = \mathrm{Ker}L$。接下来以 P 为例证明连续性, Q 的连续性同理可证。若 $x \in X$, 则 $x = x_1 + x_2$, $x_1 = x_{11}(\cdot) + x_{10}(\cdot) \in X_1$, $x_{11}(\cdot) \in AP(\mathbf{R})$, $x_{10}(\cdot) \in C_0(\mathbf{R})$, x_2 是个常值函数,因为 $\int_0^t x_{10}(s)\mathrm{d}s \in C_0(\mathbf{R})$, 故, $m(x) = m(x_{11}) + x_2$。对于 X 中任意序列 $\{x_n = x_{n1} + x_{n0} + x_{n2}\}$, 其中, $x_{n1} \in AP(\mathbf{R})$, $x_{n0} \in C_0(\mathbf{R})$, $x_{n2} \equiv \mathrm{const}$, 若 $x_n \to x$, 由 $X = X_1 \oplus X_2$, 易知, $x_{n2} \to x_2$ 且 $x_{n1} + x_{n0} \to x_{11} + x_{10}$。因为, $x_{n1} \to x_{11} + x_{10} - x_{n0} \in AAP(\mathbf{R}) \cap AP(\mathbf{R}) = AP(\mathbf{R})$, 故, $x_{10} - x_{n0} \to 0$, 从而 $x_{n1} \to x_{11}$。与此同时, $Px_n = m(x_{n1}) + x_{n2} \to m(x_{11}) + x_2 = Px$, 故 P 连续,同理可证 Q 连续。证毕。

由引理 2 可知, $L_{\mathrm{Dom}L\cap\mathrm{Ker}P}:(I-P)X \to \mathrm{Im}L$ 可逆, 其逆 $K_P:\mathrm{Im}L \to \mathrm{Ker}P \cap \mathrm{Dom}L$, $K_P z(t) = \int_0^t z(s)\mathrm{d}s - m\left(\int_0^t z(s)\mathrm{d}s\right)$, $z(\cdot) \in \mathrm{Im}L = Z_1$, 令,

$$N:X \to Z,\ Nx(t) = a(t) - b(t)\prod_{0<t_k<t}(1+c_k)\mathrm{e}^{x(t)} - \mathrm{d}(t)\prod_{0<t_k<t-\tau(t)}(1+c_k)\mathrm{e}^{x(t-\tau(t))}$$

那么

$$K_p(I-Q)Nx(t) = \int_0^t (Nx(s) - QNx(s))\mathrm{d}s - m\left(\int_0^t (Nx(s) - QNx(s))\mathrm{d}s\right),\ QNx(t) = m(Nx(t))$$

任取 X 中的有界开集 Ω, 类似文献[8-10]并结合引理 4 及 X 的构造易知, QN, $(I-Q)N$, $K_p(I-Q)N$ 连续, $K_p(I-Q)N$ 在 $\bar{E}$ 上一致有界并且等度连续,因此, $K_p(I-Q)N:\bar{E} \to X$ 是紧的,从而可知, N 在 $\bar{E}$ 上是 L 紧的。

接下来,我们给出本文的主要结论:

定理 6　假设条件(H1)~(H3)成立,那么,方程(1)存在严格正的渐近概周期解。

证明:从上面的分析可知,为了证明方程(1)存在严格正的渐近概周期解,只需要证明方程(3)的 Bohr 意义下的渐近概周期解的存在性。定义: $J:\mathrm{Im}Q \to KerL$ 是个恒等算子,为了应用 Mawhin 延拓定理证明方程(3)的 Bohr 意义下的渐近概周期解的存在性,我们接下来需要寻找合适的延拓定理中提及的有界开子集 Ω。对任意 $\lambda \in (0,1)$, 方程 $Lx = \lambda Nx$ 意味着:

$$x'(t) = \lambda\left(a(t) - b(t)\prod_{0<t_k<t}(1+c_k)\mathrm{e}^{x(t)} - d(t)\prod_{0<t_k<t-\tau(t)}(1+c_k)\mathrm{e}^{x(t-\tau(t))}\right) \tag{4}$$

如果 $x(\cdot)$ 是方程(4)的解,我们对方程(4)两边取平均极限值,可得:

$$m(a(t)) = m\left(b(t)\prod_{0<t_k<t}(1+c_k)\mathrm{e}^{x(t)} + d(t)\prod_{0<t_k<t-\tau(t)}(1+c_k)\mathrm{e}^{x(t-\tau(t))}\right)$$

因此

$$m(a(t)) \leqslant m\left(|b(t)|\prod_{0<t_k<t}(1+c_k)\mathrm{e}^{x(t)}\right) + m\left(|d(t)|\prod_{0<t_k<t-\tau(t)}(1+c_k)\mathrm{e}^{x(t-\tau(t))}\right)$$

从而可得

$$x^s = \sup_{t\in\mathbf{R}} x(t) \geqslant \ln \frac{m(a)}{m\left(|b| \prod\limits_{0<t_k<t}(1+c_k)\right) + m\left(|d| \prod\limits_{0<t_k<t-\tau(t)}(1+c_k)\right)} := M_1 > 0$$

由此可以断言,一定 $\exists t^* \in \mathbf{R}$, s.t. $|x(t^*)| < M_1 + 1$。

注意到 $x(\cdot)$ 是方程的解,其概周期部分记为 $x_1(\cdot)$ 满足方程:

$$x_1'(t) = \lambda\left(a_1(t) - b_1(t)\prod_{0<t_k<t}(1+c_k)\mathrm{e}^{x_1(t)} - d_1(t)\prod_{0<t_k<t-\tau(t)}(1+c_k)\mathrm{e}^{x_1(t-\tau(t))}\right)$$

类似文献[8-10]可知, $\forall 1 > \varepsilon > 0, \exists \delta > 0, s.t.$ $T(F,\delta) \subset T(\int_0^t x_1'(s)\mathrm{d}s, \varepsilon)$,令 l 为 $T(F,\delta)$ 对应的包含区间长度,$\bar\tau \in [l,2l] \cap T(F,\delta) \subset T(\int_0^t x_1'(s)\mathrm{d}s,\varepsilon)$,则

$$\begin{aligned}
&\sup_{t\in\mathbf{R}} \left|\int_{t^*}^t x_1'(s)\mathrm{d}s\right| \leqslant 2\int_{t^*}^{t^*+l} |x_1'(s)|\,\mathrm{d}s + \\
&1 \leqslant 2\int_{t^*}^{t^*+\bar\tau} |x'(s)|\,\mathrm{d}s + 1 \leqslant \\
&2\lambda\int_{t^*}^{t^*+\bar\tau} |a_1(s)|\,\mathrm{d}s + \\
&2\lambda\int_{t^*}^{t^*+\bar\tau}\left(b_1(s)\prod_{0<t_k<t}(1+c_k)\mathrm{e}^{x_1(s)} + \right. \\
&\left. d_1(s)\prod_{0<t_k<t-\tau(t)}(1+c_k)\mathrm{e}^{x_1(s-\tau(s))}\right)\mathrm{d}s + 1 \leqslant \\
&4\lambda\int_{t^*}^{t^*+\bar\tau} |a_1(s)|\,\mathrm{d}s + \left|\int_{t^*}^{t^*+\bar\tau} x_1'(s)\mathrm{d}s\right| + \\
&1 \leqslant 4\int_{t^*}^{t^*+\bar\tau} |a_1(s)|\,\mathrm{d}s + 2
\end{aligned}$$

基于上面的不等式,我们立刻可得:

$$\begin{aligned}
&\|x\| = \sup_{t\in\mathbf{R}} |x(t)| \leqslant |x(t^*)| + \\
&\sup_{t\in\mathbf{R}} \left|\int_{t^*}^t x'(s)\mathrm{d}s\right| \leqslant \\
&M_1 + 1 + \sup_{t\in\mathbf{R}}\left|\int_{t^*}^t x_0'(s)\mathrm{d}s\right| + \sup_{t\in\mathbf{R}}\left|\int_{t^*}^t x_1'(s)\mathrm{d}s\right| \leqslant \\
&M_1 + 2M + 4\int_{t^*}^{t^*+\bar\tau} |a_1(s)|\,\mathrm{d}s + 3
\end{aligned}$$

取

$$\Omega = \left\{x \in X, \|x\| \leqslant M_1 + 2M + 4\int_{t^*}^{t^*+\bar\tau} |a_1(s)|\,\mathrm{d}s + 10\right\}$$

类似[8,10]可知此时 Ω 满足 Mawhin 延拓定理的所有条件,根据该定理可知方程(3)存在渐近概周期解,从而方程(1)存在严格正的渐近概周期解。证毕。

3 结 论

Mawhin 延拓定理之前被广泛用于证明各类微分周期解或概周期解的存在性,本文用该定理证明了一类脉冲种群模型的渐近概周期解的存在性,因此,本文具一定的创新性。

利用 Mawhin 延拓定理,文献[8]研究了当 $c_k = 0$ 时方程(1)的 Bohr 意义下的概周期解的存在性;文献[10]研究了方程(1)的概周期解的存在性。本文研究了方程(1)的渐近概周期解的存在性,根据文献[12]可知,此时方程一定存在概周期解,故本文的结论推广了已有文献的结论。

参考文献:

[1] Samoilenko A M, Perestyuk N A. Impulsive Differential Equations[M]. World Scientific, Singpore, 1995

[2] Bainov D D, Simeonov P S. Impulsive Differential Equations: Periodic Solutionand Applica-Tions[M]. Longman, London, UK, 1993

[3] 罗振国. 具有脉冲干扰的生态数学模型周期解的存在性与全局吸引性[D]. 长沙:中南大学, 2010
Luo Zhenguo. Existence and Global Attractivity of Positive Periodic Solutions for Ecological Mathematics Models with Impulses [D]. Changsha, Central South University, 2010 (in Chinese)

[4] 李建利. 脉冲微分方程边值问题和周期解[D]. 长沙:湖南大学, 2006
Li Jianli. Boundary Value Problems and Periodic Solutions of Impulsive Differential Equations [D]. Changsha, Hunan University, 2006 (in Chinese)

[5] 傅金波, 陈兰荪. 基于生态环境和反馈控制的多种群竞争系统的正周期解[J]. 数学物理学报, 2017, 37(3): 553-561

Fu Jinbo, Chen Lansun. Positive Periodic Solution of Multiple Species Comptition System with Ecological Environment and Feedback Controls[J]. Acta Mathematica Scientia, 2017, 37(3): 553-561 (in Chinese)

[6] 黄勇, 黄燕革. 具有强迫项的有限时滞 Lienard 方程周期解的存在性[J]. 四川师范大学学报:自然科学版, 2016, 39(1): 111-116

Huang Yong, Huang Yange. The Existence of Periodic Solutions for a Class of Forced and Finite Delayed Lienard Equations [J]. Journal of Sichuan Normal University: Natural Science, 2016, 39(1): 111-116 (in Chinese)

[7] 汪小明. 一类具多个偏差变元 Rayleigh 型 p-Laplacian 方程周期解[J]. 数学研究,2012, 5(2): 115-123

Wang Xiaoming. Periodic Solutions to a Kind of Rayleigh Type P-Laplacian Equation with Deviating Arguments[J]. Journal of Mathematical Study, 2012, 5(2): 115-123 (in Chinese)

[8] Xie Y, Li X. Almost Periodic Solutions of Single Population Model with Hereditary Effects[J]. Appl Math Comput, 2008, 203(2): 690-697

[9] Alzabut J O, Stamov G T, Sermutlu E. Positive Almost Periodic Solutions for a Delay Logarith-Mic Population Model[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2011, 53(1): 161-167

[10] Wang L, Yu M. Favard's Theorem of Piecewise Continuous Almost Periodic Functions and Its Application[J]. J Math Anal Appl, 2014, 413(1): 35-46

[11] 张克玉. 渐近概周期地 Logistic 方程[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2007

Zhang Keyu. Asymptotically Almost Periodic Logistic Equation[D]. Harbin, Harbin Institute of Technology, 2007

[12] Zhang C. Almost Periodic Type Function and Ergodicity[M]. Beijing, Science Press, 2003

[13] Gaines R E, Mawhin J L. Coincidence Degree and Nonlinear Differential Equation[M]. Berlin, Springer-Verlay, 1977

On the Study Of Asymptotically Almost Periodic Solutions of a Class of Impulsive Population Models

Wang Li

(School of Natural and Applied Sciences, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072 China)

Abstract: Based on the Mawhin continuous theorem, the existence of strictly positive asymptotically almost periodic solutions of a class of impulsive population models is studied. The conclusion generalizes the conclusion of the existing literatures. Since the Mawhin continuous theorem is only used to prove the existence of periodic solutions or almost periodic solutions of equations (for example: impulsive differential equation, functional differential equation, integral equation, Lienard equation, P-Laplacian equation), the main result is innovative.

Keywords: impulsive population models; asymptotically almost periodic solutions; Mawhin continuous theorem