基于凸优化方法的 MIMO 成像声纳的失配滤波处理

刘雄厚，孙 超，卓 颉，邵 炫，谢 磊

(西北工业大学 航海学院，陕西 西安 710072)

摘 要：提出了利用失配滤波处理来设计多输入多输出(Multiple-Input Multiple-Output: MIMO)成像声纳的接收滤波器，并采用 cvx 工具箱来求解滤波器的系数。与匹配滤波处理相比，在牺牲一定高斯白噪声增益的前提下，失配滤波处理成功抑制了相关输出的旁瓣级。仿真结果表明，所提出的失配滤波处理方法可以有效抑制 MIMO 声纳成像结果中的距离旁瓣干扰。

关 键 词：水下声成像，MIMO 声纳，波形分集，接收滤波器设计，失配滤波器，凸优化

中图分类号：TN911.7，TN957.51 **文献标识码：**A **文章编号：**1000-2758(2013)03-0367-06

近年来，多输入多输出(Multiple-Input Multiple-Output: MIMO)技术在雷达和声纳等阵列信号处理领域发展迅速[1-4]。与使用单个波形的传统声纳系统不同，使用 MIMO 技术的声纳系统(即 MIMO 声纳)在发射端使用多个发射阵元同时发射相互正交的信号。在接收端，利用发射信号的拷贝对接收的回波进行匹配滤波，可以获得波形分集和大量的虚拟阵元[1-5]。因此，将 MIMO 技术运用到声纳成像领域，可以达到节省阵元个数和简化系统硬件的目的。

当 MIMO 声纳的移动速度与声波在水下的传播速度相比可以忽略时，可以认为在成像过程中 MIMO 声纳与水下目标之间是相对静止的。此时，回波的多普勒频移可以忽略，且 MIMO 声纳接收端的匹配滤波处理可以等效为利用发射信号对回波求相关[5,6]。因此，匹配滤波器的输出可等效为发射信号的自相关函数和互相关函数经过不同时延与衰减后的叠加。然而，这些自相关函数往往具有较高的距离旁瓣，且互相关函数也会处于较高的水平，给成像结果带来旁瓣干扰。虽然通过采用更长的编码信号会获得较低的距离旁瓣，但是这会使得接收端匹配滤波器的长度增加，导致对应的处理运算量剧增，从而阻碍 MIMO 技术在声纳成像领域的应用。

综上所述，为了抑制 MIMO 声纳成像结果中的距离旁瓣，对接收滤波器的设计是关键因素之一。Li 和 Stoica 等人对 MIMO 雷达的发射波形与接收滤波器进行了联合优化，并使用工具变量(Instrumental Variable: IV)法设计出了具有极低距离旁瓣(约 −50 dB)的最优接收滤波器[2]。鉴于雷达成像系统和声纳成像系统之间的相似性，此类设计方法也适用于 MIMO 成像声纳的接收滤波器设计。但是由于不能将波束图旁瓣级降至同等水平(即 −50 dB)，极低的距离旁瓣并不能在本质上降低 MIMO 声纳成像结果中的旁瓣级。此外，该方法将发射波形和接收滤波器联合起来进行优化，因而优化目标过于庞大，复杂的迭代运算过程也使得该方法的推广应用受到一定限制。

何学辉等人对任意相位编码信号的脉冲压缩滤波器进行了优化设计，采用凸优化方法在约束噪声增益损失下求解具有最小峰值旁瓣的失配滤波器系数，在不增加滤波器长度的前提下获得了理想的距离旁瓣级，同时获得了更好的设计灵活性与收敛性[7]。然而，该方法只是针对使用单个波形的阵列系统，在成功抑制了自相关函数旁瓣级的同时，却导致了高互相关函数的产生。对于具有多个发射波形的 MIMO 成像声纳而言，除了自相关函数的旁瓣需要被抑制外，其互相关函数也必须同时被抑制到很低的水平[2]。因此何学辉等人的方法并不能解决 MIMO 成像声纳中的旁瓣抑制问题。

结合 Li 和何学辉等人方法的优点，本文提出利

收稿日期：2012-09-18 **基金项目：**国家自然科学基金(11104222)与西北工业大学博士论文创新基金(CX201101)资助
作者简介：刘雄厚(1985—)，西北工业大学博士研究生，主要从事水下阵列信号处理研究。

用失配滤波处理来抑制 MIMO 声纳成像结果中的距离旁瓣。该方法使用 Li 等人提出的目标函数，参照何学辉等人采用的约束条件和凸优化方法来设计理想的失配滤波器。此外，为了简化算法，本方法并未将发射波形的设计作为重点，而是在多相编码信号被确定为发射信号后，在给定最大高斯白噪声增益损失约束下设计最佳失配滤波器，即使得输出的某个相关函数的旁瓣峰值（类似于匹配滤波处理中的自相关函数的旁瓣峰值）和其它相关函数的峰值（类似于匹配滤波处理中的互相关函数的峰值）降为最低。数值仿真结果表明，本文所提出的方法在不增加滤波器长度的前提下，成功抑制了相关输出的旁瓣级，有效减少了 MIMO 声纳成像结果中的距离旁瓣干扰。

1　MIMO 声纳成像流程

假设 MIMO 声纳由位于同一直线上的 M 元发射线列阵和 N 元接收线列阵组成，且发射与接收线列阵都为均匀直线阵（Uniform Linear Array: ULA）。接收阵元间距为半波长，即 $d_r = \lambda/2$（其中 λ 代表信号中心频率所对应的波长）。发射阵元间距等于接收阵元个数与接收阵元间距的乘积，即 $d_t = N\lambda/2$。当发射 ULA 和接收 ULA 的几何中心在原点处重合时，该 MIMO 阵列可以等效为 1 发 MN 收、阵元间距为 $\lambda/2$ 的 ULA [1,2,4]。

在发射端，MIMO 声纳的 M 个发射阵元同时发射 M 个相互正交的多相编码信号。第 $m(m = 1, 2, \cdots, M)$ 个发射信号可表示为

$$s_m(t) = \sum_{l=1}^{L} \mathrm{rect}\left[\frac{t-(l-1)T}{T}\right] \times \exp(\mathrm{j}\phi_m^l)\exp(\mathrm{j}2\pi f_0 t) \quad (1)$$

式中，L 为子码个数，ϕ_m^l 为第 m 个发射波形中第 l 个子码的相位，T 为单个子码的长度，f_0 为载波频率。

为了简化分析，将远场目标等效为 P 个理想散射点，同时忽略声波在水中传播时的扩展损失和吸收损失。由于发射波形之间的正交性，这 M 个发射信号在发射端无法形成有指向性的波束，因此 MIMO 声纳的发射端是无指向性的，其发射单个脉冲即可以照射包括这 P 个散射点在内的一整片水下区域。当声波在水下的传播为非弥散过程时，每个接收阵元上的回波可以看作是这 M 个正交波形由 P 个散射点散射并经过不同时延和幅度衰减后在时域上的叠加，即

$$x_n(t) = \sum_{p=1}^{P} \sigma_p \sum_{m=1}^{M} s_m(t - \tau_{t,m}^p - \tau_{r,n}^p) + n(t) \quad (2)$$

式中，σ_p 为第 $p(p = 1, 2, \cdots, P)$ 个散射体的散射系数，$\tau_{t,m}^p$ 为声波从第 m 个发射阵元到第 p 个散射点的传播时延，$\tau_{r,n}^p$ 为声波从第 p 个散射点到第 $n(n = 1, 2, \cdots, N)$ 个接收阵元的传播时延，$n(t)$ 为加性噪声项。

用 M 个发射信号的拷贝去处理 N 个接收阵元上的回波，可以获得 MN 个匹配滤波输出。当 MIMO 声纳和散射点之间的相对速度较小时，回波的多普勒频移可以忽略，此时的匹配滤波器又相当于相关器 [5,6]。因此，当发射信号与噪声不相关时（即发射信号的拷贝与加性噪声的相关输出项可以忽略），每个匹配滤波器的输出可以看作与该波形对应的自相关函数（Auto-Correlation Function: ACF）和 $M-1$ 个互相关函数（Cross-Correlation Function: CCF）的时域叠加。则第 $[(m-1)N+n]$ 个匹配滤波输出可以表示为

$$\begin{aligned} y_{(m-1)N+n}(t) &= x_n(t) * h_m(t) \\ &= \sum_{p=1}^{P} \sigma_p [R_m(t - \tau_{tm}^p - \tau_{rn}^p - T) + \\ &\quad \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq m}}^{M} R_{m,i}(t - \tau_{ti}^p - \tau_{rn}^p - T)] \end{aligned} \quad (3)$$

式中，$*$ 代表卷积，$h_m(t) = [s_m(T-t)]^*$ 为与第 m 个匹配滤波器对应的冲击响应函数且 $[\cdot]^*$ 代表取共轭，$R_m(t)$ 为第 m 个发射波形的自相关函数，$R_{m,i}(t)$ 为该波形与其它波形之间的互相关函数。

理想情况下，当多相编码信号的子码个数足够多，其对应的自相关函数将具有极低的距离旁瓣，且互相关函数也低至可以被忽略的水平，从而（3）式可以简化为

$$y_{(m-1)N+n}(t) = \sum_{p=1}^{P} \sigma_p R_m(t - \tau_{tm}^p - \tau_{rn}^p - T) \quad (4)$$

获得这 MN 个输出后，对其进行波束形成以获得各个方向上的回波。对于各个波束输出，其对应的回波强度值可以定义为对波束的时域输出求绝对值，即

$$A_q(t) = |B_q(t)| \quad (5)$$

式中 $B_q(t)$ 为第 $q(q = 1, 2, \cdots, Q)$ 个波束的时域输出。最后将所有波束的输出结果 $A_q(t)$ 进行拼接处

理,就得到了目标区域的二维散射强度图。MIMO 成像声纳的回波处理流程如图 1 所示。

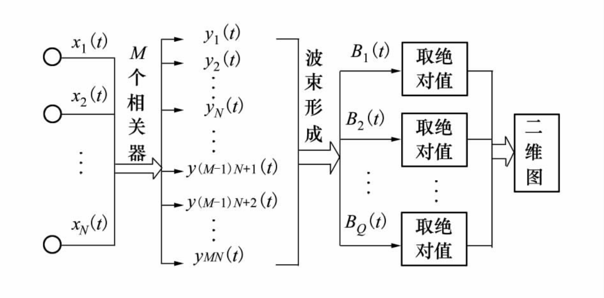


图 1　MIMO 成像声纳的回波处理流程

2　接收滤波器优化

回到(3)式,由于多相编码信号中每个子码的相位是随机选取的,因此当子码个数不足时,匹配滤波处理会导致自相关函数具有很高的旁瓣,同时互相关函数也处于较高水平。也就是说从(3)式到(4)式的简化不能成立,且给成像结果在距离向上带来“斑点”。为了抑制自相关函数的峰值旁瓣同时抑制互相关函数的峰值,可以增加子码个数即使用更长的发射信号来达到目的。但是,这使得匹配滤波器的长度也随之增加,导致接收端的运算量急剧上升。与采用匹配滤波处理的方法不同,何学辉等人在文献[7]中提出了采用失配滤波的方法来抑制相关输出的旁瓣级[7]。通过约束接收滤波器长度和高斯白噪声增益损失,对失配滤波器的系数进行寻优,在不增加滤波器长度的前提下获得了理想的低旁瓣相关输出。本文借鉴这种思想,采用失配滤波处理的方法来抑制 MIMO 声纳成像结果中的距离旁瓣级。

由于多相编码信号的单个子码长度 T 与载波频率 f_0 不影响滤波输出的结果,因此在设计滤波器时,仅考虑长度 L 的恒幅复序列即可。与第 m 个发射信号对应的第 m 个恒幅复序列可表示为 $L \times 1$ 维的列向量,即

$$\boldsymbol{s}_m = \exp[\mathrm{j}(\phi_m^1, \phi_m^2, \cdots, \phi_m^L)]^{\mathrm{T}} \tag{6}$$

求解一组与 $\boldsymbol{s}_m$ 同维度的失配滤波器系数 $\boldsymbol{\omega}_m$,使得其与 $\boldsymbol{s}_m$ 的相关输出的旁瓣最小,同时与 $\boldsymbol{s}_i (i \neq m)$ 的相关输出峰值也达到最小值。为此,定义一个维度为 $L \times (2L-1)$ 的矩阵 $\boldsymbol{X}_m$,其表达式为

$$\boldsymbol{X}_m = \exp\left\{\mathrm{j}\begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & \phi_m^1 & \phi_m^2 & \cdots & \phi_m^L \\ 0 & \cdots & \phi_m^1 & \phi_m^2 & \cdots & \phi_m^L & 0 \\ \vdots & & & & & & \vdots \\ \phi_m^1 & \phi_m^2 & \cdots & \phi_m^L & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}\right\} \tag{7}$$

$\boldsymbol{\omega}_m$ 与 $\boldsymbol{s}_m$ 的相关输出的主瓣为一个点值,其值为 $\boldsymbol{s}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\omega}_m$,其中 $[\ ]^{\mathrm{H}}$ 为共轭转置。将矩阵 $\boldsymbol{X}_m$ 去掉第 L 列,得到维度为 $L \times (2L-2)$ 的矩阵 $\boldsymbol{A}_m$。则 $\boldsymbol{\omega}_m$ 与 $\boldsymbol{s}_m$ 的相关输出的旁瓣峰值可表示为

$$\max(SL(\boldsymbol{r}_{m,m})) = \| \boldsymbol{A}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\omega}_m \|_\infty \tag{8}$$

式中,$\boldsymbol{r}_{m,m}$ 为第 m 个发射信号的自相关函数,$SL(\ )$ 表示取旁瓣值,$\max(\ )$ 表示取最大值,$\|\ \|_\infty$ 表示向量的 ∞–范数。$\boldsymbol{\omega}_m$ 与 $\boldsymbol{s}_i (i \neq m)$ 的相关输出序列的峰值可表示为

$$\max(\boldsymbol{r}_{m,i}) = \| \boldsymbol{X}_i^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\omega}_m \|_\infty \tag{9}$$

式中,$\boldsymbol{r}_{m,i}$ 为第 m 个发射信号与第 $i (i \neq m)$ 个发射信号之间的互相关函数。

与匹配滤波处理获得的主瓣峰值相比,失配滤波处理会导致 $\boldsymbol{\omega}_m$ 与 $\boldsymbol{s}_m$ 的相关输出的主瓣峰值变低,即会带来高斯白噪声增益损失。该损失可定义为

$$Loss = \frac{\| \boldsymbol{s}_m \|_2^2 \| \boldsymbol{\omega}_m \|_2^2}{\boldsymbol{s}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\omega}_m} \tag{10}$$

式中 $\|\ \|_2$ 为向量的 2–范数。将主瓣输出峰值设为 1,即 $\boldsymbol{s}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\omega}_m = 1$,且发射波形 $\boldsymbol{s}_m$ 经过归一化处理,即 $\| \boldsymbol{s}_m \|_2^2 = 1$,从而(10)式可直接写为

$$Loss = \| \boldsymbol{\omega}_m \|_2^2 \tag{11}$$

转化为分贝(dB)的表示形式为

$$Loss = 20\log_{10}(\| \boldsymbol{\omega}_m \|_2) \tag{12}$$

若将失配滤波器的最大高斯白噪声增益损失设为 εdB,可以得到

$$\| \boldsymbol{\omega}_m \|_2 \leqslant 10^{\varepsilon/20} \tag{13}$$

根据上面的分析,接收滤波器的优化问题可以归纳为在最大高斯白噪声增益损失约束下,求解 $\boldsymbol{\omega}_m$,使得 $\max(SL(\boldsymbol{r}_{m,m}))$ 和 $\max(\boldsymbol{r}_{m,i})$ 取得最小值。相应的表达式为

$$\begin{gathered} \min\begin{bmatrix} \max(SL(\boldsymbol{r}_{m,m})) \\ \max(\boldsymbol{r}_{m,i}) \end{bmatrix} \\ \text{s.t. } \boldsymbol{s}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\omega}_m = 1, \| \boldsymbol{s}_m \|_2 = 1, \| \boldsymbol{\omega}_m \|_2 \leqslant 10^{\varepsilon/20} \end{gathered} \tag{14}$$

(14)式所描述的问题为典型的凸优化问题,可采用内点法如 SeDuMi 工具箱[8] 或 cvx 工具箱[9] 来

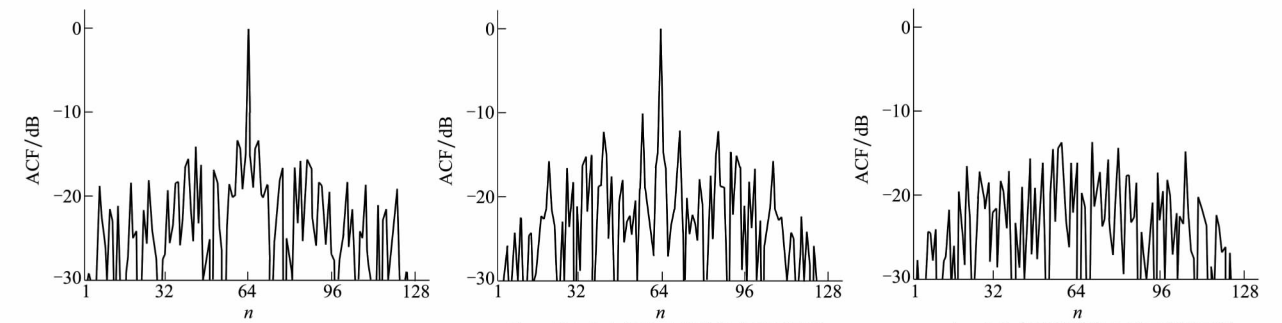
求解。但是使用 SeDuMi 工具箱面临着复杂的形式转换,即将目标函数和约束条件必须转化为 SeDuMi 所认可的形式,其过程繁琐而复杂。而使用 cvx 工具箱进行求解时,形式简洁,目标函数和约束条件均可保留(14)式中的表达形式。因而本文接下来的数值仿真采用 cvx 工具箱来求解该优化问题。

3 数值仿真

数值仿真分为 2 部分,第 1 部分为使用 cvx 工具箱对(14)式所描述的凸优化问题进行求解,以获得最优失配处理器的复系数。第 2 部分为利用第 1 部分的优化结果进行 MIMO 声纳的成像实验,以验证优化后的失配滤波器对成像结果中的旁瓣抑制能力。

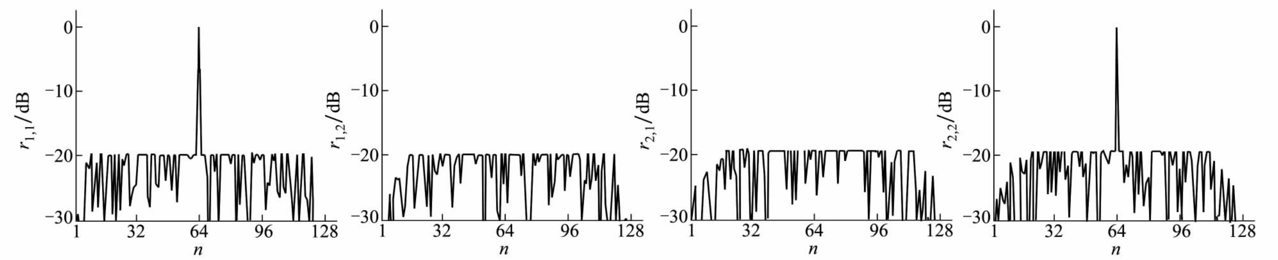
3.1 最优失配滤波器设计

设 MIMO 声纳由 2 个发射阵元和 1 条 24 元接收 ULA 组成。2 个发射阵元与接收 ULA 均位于 x 轴上且几何中心都与坐标原点重合。2 个发射阵元发射的多相编码信号都具有 64 个子码,且每个发射信号中所有的子码相位是从(0,2π] 内随机取得。匹配滤波处理得到的自相关和互相关函数如图 2 所示,失配处理获得的相关输出如图 3 所示。在图 2 和图 3 中,相关输出的幅值均进行了归一化处理,其中 n 代表相关输出的序列号。



a) 第 1 个多相编码信号的自相关函数　b) 第 2 个多相编码信号的自相关函数　c) 2 个多相编码信号的互相关函数

图2 2 个多相编码信号的自相关和互相关函数



a) 失配滤波器 1 与发射信号 1 的相关输出 $r_{1,1}$　b) 失配滤波器 1 与发射信号 2 的相关输出 $r_{1,2}$　c) 失配滤波器 2 与发射信号 1 的相关输出 $r_{2,1}$　b) 失配滤波器 2 与发射信号 2 的相关输出 $r_{2,2}$

图3 失配滤波器与发射信号之间的相关输出

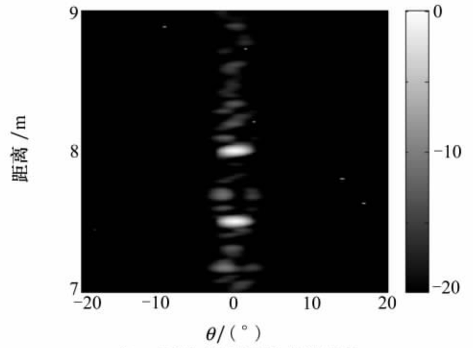
当采用匹配滤波处理时,相关器的输出为 2 个发射信号的自相关函数和互相关函数。如图 2 所示,这 2 个发射信号的自相关函数具有较高的旁瓣级,其互相关函数也处于较高的水平,在成像过程中会导致距离方向上的斑点过多,影响成像效果。图 3 中,当采用失配处理时,将高斯白噪声增益损失设为 6 dB,通过 cvx 工具箱设计出了理想的失配滤波器。其中失配滤波器 1 与发射信号 1 相关输出的旁瓣级约为 −20 dB,与发射信号 2 的相关输出峰值也约等于 −20 dB;失配滤波器 2 与发射信号 2 相关输出的旁瓣级、与发射信号 1 的相关输出峰值也都约为 −20 dB。对比图 2 和图 3 可以看出,采用失配滤

波处理的方式,虽然损失了部分高斯白噪声增益,但是却有效抑制了相关输出的旁瓣级。

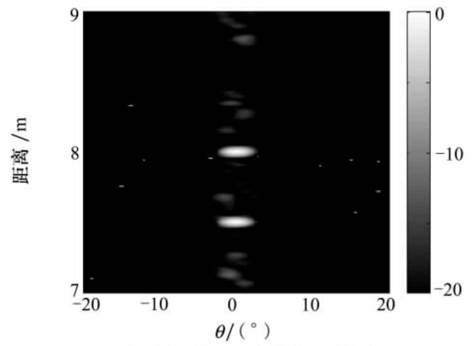
3.2 使用最优失配滤波器的 MIMO 声纳成像

保持第 1 部分仿真中的 MIMO 阵列、发射信号和失配滤波器的参数不变,并利用其进行多个散射点的二维成像仿真。假设在 MIMO 声纳的法线方向 (即 $\theta = 0°$) 上有 2 个散射点,距离坐标原点的距离分别为 7.5 m 和 8 m,且散射系数均为 1。在采样的时域窗口内,每个接收阵元上的加性噪声取信噪比为 4 dB 的高斯白噪声。按照图 1 所示的流程,使用 MIMO 阵列对这 2 个散射点进行二维成像。在进行波束形成时,采用时延波束形成方法,且幅度加权采用波束图旁瓣级为 −25 dB 的 Chebyshev 加权值。波束指向角从 −20°到 20°,间隔为 0.5°,共形成 81 个波束。在接收端,对回波进行相关输出时,分别采用匹配滤波处理和失配滤波处理方法,其中失配滤波处理的高斯白噪声增益损失为 6 dB。使用这 2 种处理方法的二维成像结果如图 4 所示。

从图 4 可以看出,由于波束形成时波束图的旁瓣级都低于 −25 dB,因此在方位向上(即沿着 θ 的方向)几乎看不到旁瓣斑点。图 4a) 对应着采用匹配滤波处理的成像结果,其在距离向上产生了较多的斑点。图 4b) 为使用失配滤波处理的成像结果,其在距离向上虽然也有斑点,但是明显少于图 4a)。由仿真结果可知,在损失一部分高斯白噪声增益的前提下,失配滤波器可以获得比匹配滤波器更理想的相关输出,有效地抑制了 MIMO 声纳成像结果中的旁瓣干扰。



a) 使用匹配滤波处理的结果



b) 使用失匹配滤波处理的结果

图 4 MIMO 声纳的成像结果

4 结 论

MIMO 声纳成像中,匹配滤波处理会带来距离旁瓣较高的缺点,因此研究了失配滤波器对距离旁瓣的抑制作用。在约束高斯白噪声增益损失的前提下,通过 cvx 工具箱设计出了理想的失配滤波器,并将其应用到 MIMO 声纳的成像中。与匹配滤波处理相比,本文中的方法在不增加滤波器长度的前提下获得了更好的旁瓣抑制效果。

参考文献:

[1] Bekkerman I, Tabrikian J. Target Detection and Localization Using MIMO Radars and Sonars. IEEE Trans on Signal Process, 2006, 54(10): 3873-3883

[2] Li J, Stoica P, Xu L, Roberts W. On Parameter Identifiability of MIMO Radar. IEEE Signal Process, 2007, 14(12): 968-971

[3] Li J, Stoica P. MIMO Radar with Collocated Antennas: Review of Some Recent Work. IEEE Trans on Signal Process, 2007, 24(5): 106-114

[4] Xu L, Li J, Stoica P. Target Detection and Parameter Estimation for MIMO Radar Systems. IEEE Trans on Aerosp Electron Syst, 2008, 44(7): 927-939

[5] Li J, Stoica P. MIMO Radar Signal Processing. New Jersey: John Wiley & Sons Inc, 2009, 1-64

[6] Li J, Stoica P, Zheng X. Signal Synthesis and Receiver Design for MIMO Radar Imaging. IEEE Trans on Signal Process, 2008, 56(8): 395-3968

[7] 何学辉，吴兆平，苏　涛，吴顺君. 任意相位编码信号及其脉压滤波器联合优化设计. 西安电子科技大学学报，2009，36(6)：1027-1033

He X H, Wu Z P, Su T, Wu S J. Optimal Design Method Combined Arbitrary Phase Codes with Pulse Compression Filters Optimization. Journal of Xidian University, 2009, 36(6): 1027-1033 (in Chinese)

[8] Strum J F. Using SeDuMe 1.02, a MATLAB Toolbox for Optimization Over Symmetric Cones. http://sedumi.ie.lehigh.edu/

[9] Grant M, Boyd S. Cvx MATLAB Software for Disciplined Convex Programming. http://www.stanford.edu/~boyd/cvx/

Proposing a "Mismatched" Filtering Method for Obtaining Better Sidelobe Suppression Effect for MIMO Sonar Imaging Based on Convex Optimization

Liu Xionghou, Sun Chao, Zhuo Jie, Shao Xuan, Xie Lei

(College of Marine Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: A receiver design method based on the "mismatched" filtering processing is proposed for the multiple-input multiple-output (MIMO) sonar imaging application. To calculate the coefficients of the "mismatched" filter, the convex optimization method is adopted. Via numerical simulations, we show that the "mismatched" filter can suppress the sidelobes of outputs at the cost of sacrificing some white Gaussian noise gain, which is tolerable for the sonar imaging application. And thus, compared to a matched filter, better sidelobe suppression effect in the imaging result is obtained by using the "mismatched" filter.

Key words: auto-correlation, calculations, computer simulation, convex optimization, design, sonar, underwater acoustics; cross-correlation, mismatched filter, multiple-input multiple-output (MIMO) sonar, receiver design, sidelobe suppression, underwater acoustic imaging, waveform diversity