基于 SA 模型的两种曲率修正方法的应用及验证

杨 永，张 强

（西北工业大学 翼型、叶栅空气动力学国防科技重点实验室，陕西 西安 710072）

摘 要： 分别应用 Spalart 和 Dacles 的曲率修正方法，基于结构化网格上的 RANS 求解器，加入了 SARC 和 SAR 模型，然后数值模拟了具有轻微曲率效应的零逆压梯度弯曲壁面和具有强曲率效应的 180°U 形弯管流动。基于 SA 模型的两种曲率修正方法的数值模拟结果表明：通过修改 SA 模型控制方程的部分源项，考虑曲率效应后的 SARC 和 SAR 模型的计算结果相当，都能够正确反映曲率效应所带来的额外雷诺应力，可以给出比原 SA 模型更加准确的数值模拟结果，更适于处理带有流线弯曲的流动问题。SARC 模型部分结果要优于 SAR 模型，但 SARC 模型的计算量较大，需要更多的计算机资源；SAR 模型增加的计算量有限，更易推广应用到三维或者非定常问题，但针对不同的问题，需调整模型中的曲率修正常数。

关 键 词： SA 模型，曲率修正，RANS，逆压梯度，雷诺应力

中图分类号： V211.3 **文献标识码：** A **文章编号：** 1000-2758(2012)06-0820-05

弯曲壁面或者某些强旋流动都会带来流线的弯曲，流场中的流线弯曲所引起的曲率效应会影响湍流的演化发展，受曲率效应的影响，此时的湍流往往是各向异性的。目前 CFD 中，基于湍流各向同性假设的涡粘模型均无法正确预测这种受曲率效应影响的湍流。

在众多的涡粘模型中，Spalart-Allmaras (SA) 模型[1] 经过近 20 年的不断完善和发展，其准确性和可靠性已被众多的流体力学工作者所认可，是目前应用最广泛的湍流模型之一。但局限于涡粘模型的各向同性假设，SA 模型无法预测流线弯曲所带来的额外应力作用，因此 Spalart 和 Shur 在原模型的基础上，提出了 SARC 模型[2,3]，该模型在处理具有曲率效应的流动问题时具有更高的数值模拟精度。Dacles[4] 等人为了更准确地模拟有限展长机翼的翼尖卷起涡，针对 SA 模型给出了一种相对简单的曲率修正方法，称之为 SAR 模型。

本文分别应用 Spalart 和 Dacles 的曲率修正方法，基于结构化网格上的 RANS 求解器，加入了 SARC 和 SAR 模型，数值模拟了具有轻微曲率效应的零逆压梯度弯曲壁面和具有强曲率效应的 180°U 形弯管流动，采用两种曲率修正方法的 SA 模型计算附面层中流动速度分布、雷诺应力、沿物面的压力分布、摩擦系数等，通过与实验值以及原 SA 标准模型结果的比较分析，考核了 SARC 和 SAR 模型在处理具有曲率效应的流动问题的能力。

1 SA 湍流模型的曲率修正

Spalart 等人的曲率修正方法[3] 就是在标准 SA 模型的基础上，把生成项中的前一项 $c_{b1}\hat{S}\hat{\nu}$ 修改为 $f_{r1}c_{b1}\hat{S}\hat{\nu}$，其中 f_{r1} 为经验曲率修正函数，定义为

$$f_{r1}(r^*,\tilde{r}) = (1+c_{r1})\frac{2r^*}{r^*+1}\cdot [1-c_{r3}\tan^{-1}(c_{r2}\tilde{r})] - c_{r1} \quad (1)$$

与曲率修正函数相关的两个变量分别定义为

$$r^* = S/\Omega$$

$$\tilde{r} = \frac{2W_{ik}S_{jk}}{D^4}\left(\frac{DS_{ij}}{Dt} + (\varepsilon_{imn}S_{jn} + \varepsilon_{jmn}S_{in})\Omega'_m\right) \quad (2)$$

DS_{ij}/Dt 是应变率张量 S_{ij} 的拉格朗日导数，其计算方法可以参考文献[5]，其它参数及变量的说

收稿日期：2011-12-01 基金项目：国家自然科学基金(11002117)资助

作者简介：杨 永(1962—)，西北工业大学教授、博士，主要从事理论与计算流体力学研究

明见文献[6]。

假设网格所在的坐标系没有旋转,即 $\Omega'_m = 0$,针对二维问题,$\tilde{r}$ 还可以进一步简化为

$$\tilde{r} = -\frac{4W_{12}}{D^4}\left(S_{11}\frac{DS_{12}}{Dt} + S_{12}\frac{DS_{11}}{Dt}\right) \tag{3}$$

由于 SARC 模型需要求应变率张量的实质导数,因此与原 SA 模型相比额外增加 20% 左右的计算量。在后文的所有计算中,SARC 模型与曲率修正相关的常数取为

$$c_{r1} = 1, c_{r2} = 12, c_{r3} = 0.6$$

Dacles 针对流线弯曲的修正方法[4]相对简单,修改方法如下,把生成源项 $\hat{S}$ 中的旋度 Ω 替换为 Ω^*

$$\Omega^* = \Omega + c_{\text{rot}}\min(0, S - \Omega) \tag{4}$$

式中 c_{rot} 是常数,针对翼尖涡的模拟 Dacles 建议取 2,但针对后文的两个验证算例,$c_{\text{rot}} = 5.5$ 可以给出更加准确的计算结果,可见针对不同的流动问题,c_{rot} 的取值需要做出相应调整。

2　数值计算方法

假设流动是定常的,基于多块结构化网格,通过求解 SA 湍流模型封闭的 RANS 方程,引入 SARC 和 SAR 曲率修正,数值模拟了具有轻微曲率效应的零逆压梯度弯曲壁面和具有强曲率效应的 180°U 形弯管流动。RANS 流动控制方程的无粘项采用 Roe-FDS 格式,粘性项采用中心差分; 流动主控方程和湍流模型的控制方程非耦合求解,均采用主对角占优的交替方向隐式(DDADI) 时间推进,以提高数值计算效率和稳定性; 同时也采用了当地时间步长和全多重网格(FMG) 加速收敛技术[8]。

3　零逆压梯度弯曲壁面的数值模拟

零逆压梯度弯曲壁面的计算模型来自于 So 和 Mellor 的实验[7],根据实验条件,以流动方向作为弯曲壁面弧长 s 的正方向,流动的法线方向为 η,即弯曲壁面的外法线方向,建立曲线坐标系。设模型及网格的长度单位为,$s = 24$ 为壁面的起始位置,$s = 48$ 时,壁面开始弯曲,弯曲壁面结束位置在 $s = 79.43$,然后弯管无曲率再延伸到大约 $s = 96$ 处。弯曲壁面所用的曲面模型及计算网格如图 1 所示(每四个网格显示一个) ,SA、SARC、SAR 3 种方法计算给出第 1 层网格的 $y^+ < 0.25$,单位网格长度的雷诺数为 3.64×10^4,自由来流马赫数是 0.063。

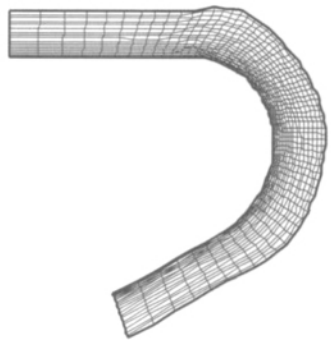


图 1　弯曲壁面的计算网格

SA、SARC、SAR 3 种方法计算给出的弯曲壁面摩擦系数分布如图 2 所示,不经过曲率修正的原 SA 模型在整个弯曲壁面区域给出了过大的摩擦阻力,但经过曲率修正的 SARC 和 SAR 模型给出了极为接近的数值模拟结果,从壁面出现弯曲的起始位置 $s = 48$ 到 $s = 55$ 之间,摩擦系数略低于实验值,在除此之外的整个弯曲壁面上,2 种方法给出的摩擦系数均与实验值吻合良好,都优于原 SA 模型的计算结果。

从左到右在 $s = 24, 59, 67, 71$ 4 个位置处,SA、SARC、SAR 3 种方法计算给出速度分布如图 3 所示,从第 2 个站位开始每个站位速度型的纵轴向右平移 0.5。$s = 24$ 处,由于采用相同的给定密度、速度和湍流参数的入口边界,3 种方法给出的速度型完全相同,在弯曲壁面上的其它 3 个站位处,未经曲率修正的 SA 模型给出的速度型过于饱满,即在相同 η 处给出的速度要大于实验值,但 SARC 和 SAR 给出的速度型与实验值均吻合得非常好,并且 SAR 方法给出的速度分布要稍好于 SARC 方法,与实验值更为接近。

雷诺应力分量与实验值的比较分别如图 4、图 5 所示,从第 2 个站位开始,每个站位的切向应力 $-\overline{u'v'}$(shear stress) 的纵轴向右平移 0.002,法向应力(normal stress) $-\overline{v'v'}$的纵轴向右平移 0.005。在图 4 中的切向雷诺应力 $-\overline{u'v'}$,在 $s = 24$ 处,由于壁面没有弯曲,且入口边界相同,3 种方法给出的结果相同,在弯曲壁面上即 $48 \leqslant s \leqslant 79.43$ 范围内的 3 个站位,原 SA 模型都过大地预计了切向雷诺应力,但

SARC 和 SAR 的数值模拟结果要好得多，对切向雷诺应力的预测能力，SAR 仍然稍好于 SARC 模型，在同一 η 位置处，经过曲率修正的雷诺应力要远小于不经过修正的结果，可见对于这种外凸的弯曲壁面，曲率修正的效果相当于对雷诺应力进行抑制，这也与实际流动情况相符。图 5 所示的法向雷诺应力 $-\overline{v'v'}$，仍然是 SARC、SAR 的结果要好于原 SA 模型的结果，与实验值更为吻合，但在靠近壁面区域，与实验值仍有区别；法向应力的计算结果与实验值存在较大差异，这是由于 SA 模型中的应力构成模型仍然采用的是线性涡粘模型，它本身无法准确给出这种法向应力的区别。

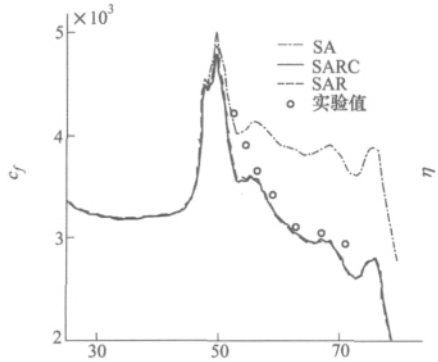


图 2　弯曲内壁面摩擦系数与实验值的对比

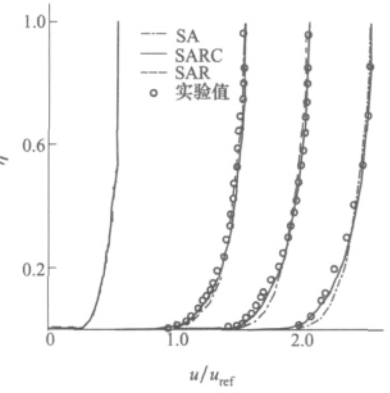


图 3　不同站位处的速度型

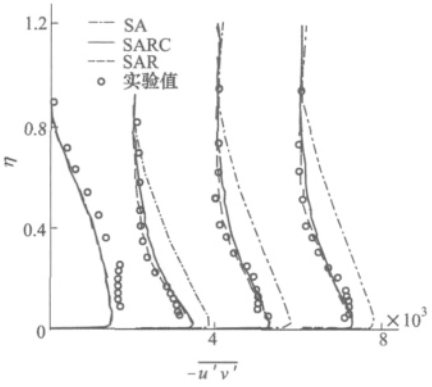


图 4　不同站位处的切向雷诺应力 $-\overline{u'v'}$

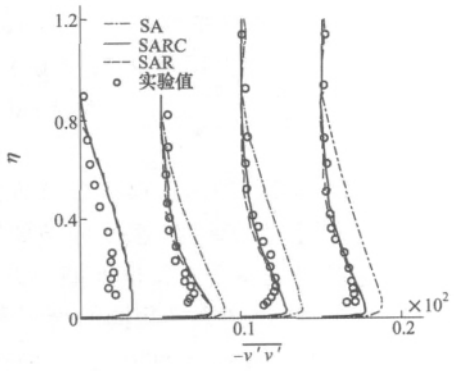


图 5　不同站位处的法向雷诺应力 $-\overline{v'v'}$

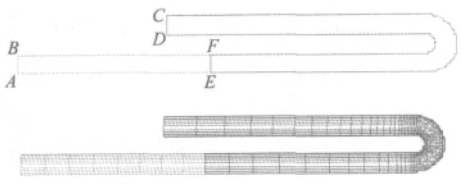


图 6　U 形弯管计算模型及网格

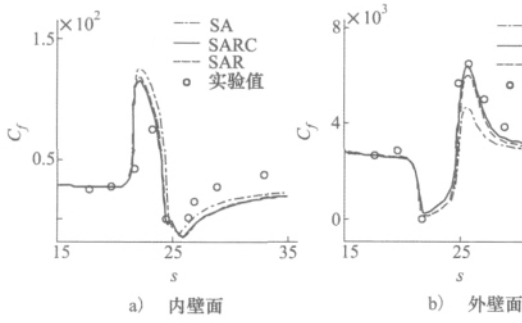
4　180°U 形弯管的数值模拟

与存在轻微曲率的零逆压梯度弯曲壁面流动不同，180°U 形弯管是一个强曲率流动，并且在内壁面曲面结束的位置，会出现一个分离泡，这样的流动对湍流模型的预测能力更是一种极大的挑战。根据 180°U 形弯管的计算模型及网格如图 6 所示（每四个网格显示一个），EF 为 U 形管的入口，CD 为出口，为了简化入口的边界设置，U 形管的前方给一段从 AB 到 EF 的自由来流。

根据 Monson 等人的实验[8]，参考长度取为 U 形管的高度 $H=0.038\ 1$ m，基于参考长度的雷诺数 $Re=1\times10^6$，自由来流马赫数为 0.1。在所生成的计算网格上，所有湍流计算的 $y^+<0.1$，确保了附面层的计算精度。AB 入口边界取为自由来流，BF 和 AE 取为对称边界，U 形管内外壁面 DF 和 CE 取为无滑移绝热壁面，CD 出口压强取为自由来流压强，其它流场参数从计算域向外线性插值给出。所采用的曲线坐标系与前例类似，除 s 表示 U 形管沿流线方向中轴线的弧长，在此坐标系下，U 形管的弯曲角度 $\theta=0°$ 对应 $s/H=21.67$，$\theta=180°$ 对应 $s/H=24.81$，即弯曲部分在 $21.67<s/H<24.81$ 之间。

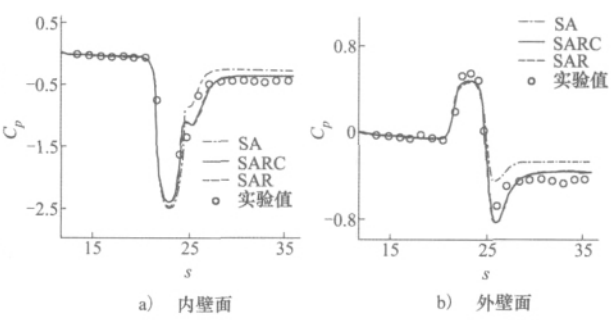
SA、SARC、SAR 3 种方法计算的 U 形管内、外壁面的摩擦系数，压力分布以及弯曲部分不同截面处的速度分布，如图 7 ~ 图 9 所示，与原 SA 模型相比，总体来看经过曲率修正后的湍流模型的计算结

果都有比较明显的改善。特别是内凹的外壁面的摩擦系数(图 7b)),SARC 模型的结果与实验值吻合得非常好,SAR 模型在壁面弯曲结束位置(θ = 180°)以后,给出的摩擦系数以及其峰值都略低于实验值,从这部分结果来看,SARC 模型要略好于 SAR 模型。当然 SARC 和 SAR 模型也存在不足之处,例如图 7a)所示内壁面的摩擦系数,在 θ = 180° 出现分离之后,经过曲率修正的 2 种方法都过大地估计了分离区的长度,并且给出的摩擦系数也偏低;在图 9d)中给出的分离区内该位置处的速度型欠饱满,在外凸的内壁面附近有分离,与实验误差较大。主要还是因为 SA 模型本身在处理分离流动问题时的不足所造成的。



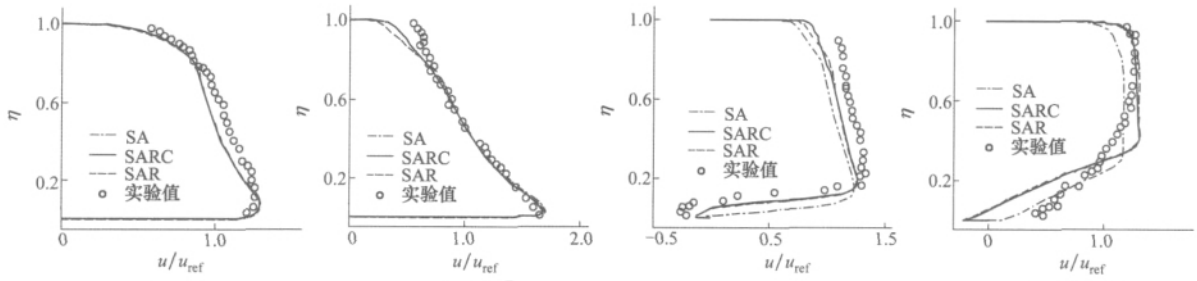
a)　内壁面　　b)　外壁面

图 7　U 形管内、外壁面摩擦系数



a)　内壁面　　b)　外壁面

图 8　U 形管内、外壁面压强系数



a)　θ=0　　b)　$\theta=\frac{\pi}{2}$　　c)　$\theta=\pi$　　d)　$\theta=\pi+2$

图 9　U 形管不同截面处的速度分布与实验值的比较

5　结　论

采用 2 种不同曲率修正方法的 SARC 和 SAR,通过对具有轻微曲率效应的零逆压梯度弯曲壁面和具有强曲率效应的 180°U 形管的数值模拟,可以得出以下结论:

1) 通过修改 SA 模型控制方程的部分源项,考虑曲率效应后的 SARC 和 SAR 模型的计算结果相当,都能够正确反映曲率效应所带来的额外雷诺应力,可以给出比原 SA 模型更加准确的数值模拟结果,更适用于处理带有流线弯曲的流动问题。

2) SARC 和 SAR 模型在改善计算精度的同时,也能保证和原 SA 模型相当的收敛性。对于强曲率流动,SARC 模型部分结果略优于 SAR 模型,但 SARC 模型需要求解应变率的实质导数,需要更多的计算机资源,特别是在程序代码的实现时难度较大; SAR 模型增加的计算量有限,易推广到三维或者非定常问题,但对不同的流动需采用不同的常数 c_{rot}。

3) SARC 和 SAR 模型对计算精度的改进程度严重依赖于曲率修正常数,特别是 SARC 模型的常数 c_{r3}、SAR 模型的常数 c_{rot}。

参考文献:

[1] Spalart P R, Allmaras S R. A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows. Recherche Aerospatiale, 1994, 1(1): 5-21

[2] Spalart P R, Shur M. On the Sensitization of Turbulence Models to Rotation and Curvature. Aerospace Science and Technology, 1997, 1(5): 297-302

[3] Shur M, Strelets M, Travin A, Spalart P R. Turbulence Modeling in Rotating and Curved Channels: Assessing the Spalart-Shur Correction. AIAA Journal, 2000, 38(5): 784-792

[4] Dacles M J, Zilliac G G, Chow J S, Bradshaw P. Numerical/Experimental Study of a Wingtip Vortex in the Near Field. AIAA Journal, 1995, 33(9): 1561-1568

[5] Pavel E S, Menter F R. Sensitization of the SST Turbulence Model to Rotation and Curvature by Applying the Spalart-Shur Correction Term. Journal of Turbomachinery, 2009, 131(4): 1-8

[6] 张 强,杨 永. 迎风格式的低速预处理及远场边界影响研究. 西北工业大学学报,2012,30(3):412-416
Zhang Qiang, Yang Yong. A Better Preconditioning Method of Low Mach Number Flow with Effects of Far-Field Boundary Conditions Considered. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2012, 30(3): 412-416 (in Chinese)

[7] So RMC, Mellor GL. Experiment on Convex Curvature Effects in Turbulent Boundary Layers. Journal of Fluid Mechanics, 1973, 60(1): 43-62

[8] Monson D J, Seegmiller H L. An Experimental Investigation of Subsonic Flow in a Two-Dimensional U-Duct. NASA TM 103931, 1992

Implementing and Verifying Two Rotation/Curvature Correction Methods for Spalart-Allmaras Turbulence Model

Yang Yong, Zhang Qiang

(National Key Laboratory of Science and Techniques on Aerodynamic Design and Research, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Aim. Two rotation-curvature correction methods are implemented to the one-equation Spalart-Allmaras turbulence model: one is proposed by Spalart and Shur (denoted as SARC), and the other is proposed by Dacles (denoted as SAR). Sections 1 through 4 of the full paper explain and evaluate our implementation and verification as mentioned in the title; we believe that they bring useful results. Their core consists of: (1) the SARC and SAR models are verified for two turbulent flows; one is the flow over the mild curvature curved wall and the other is the flow in a plane channel with a U-turn; the numerical results are presented in Figs. 2 through 5 and Figs. 7 through 9; (2) numerical predictions of the SARC and SAR models are compared, on the one hand with available experimental data and, on the other hand. with the corresponding results of the original standard SA model; (3) in terms of accuracy, the SARC or SAR model significantly improves the original SA model; (4) SARC model involves the Lagrangian derivatives of the strain tensor and is much more difficult for using in three-dimensional and time accurate turbulent flow than SAR model; (5) the improvements in accuracy of SARC and SAR may be highly dependent on the rotation-curvature model constants, such as c_{r3} for SARC and c_{rot} for SAR.

Key words: computer simulation, Navier Stokes equations, pressure distribution, Reynolds number, strain, tensors, three dimensional, turbulence models; correction, curvature, improvement, Lagrangian derivatives, rotation