https://doi.org/10.1051/jnwpu/20224020407

基于 zig-zag 假设的压电阻尼层合结构机电耦合建模与分析

王雄[1], 高英山[2], 张顺琦[2,3], 窦伟元[3]

(1.榆林学院 能源工程学院, 陕西 榆林 719000; 2.上海大学 机电工程与自动化学院, 上海 200072;
3.北京交通大学 机械与电子控制工程学院, 北京 100044)

摘 要:基于 zig-zag 板壳假设和哈密顿原理建立了压电阻尼层合结构的机电耦合动力学有限元模型,实现了结构自然频率和损耗系数的准确计算。有限元模型采用八节点的七自由度(degrees of freedom,DOFs)四边形单元,且考虑阻尼层的复弹性模量。通过对文献算例的计算与仿真,验证建立的有限元模型的正确性。研究了材料增强角度、阻尼层厚度和结构曲率对压电阻尼层合结构频率和损耗系数的影响,为压电阻尼层合结构的减振及结构优化提供参考。

关 键 词:压电阻尼层合结构;zig-zag 假设;阻尼分析;动力学建模

中图分类号:O342 **文献标志码**:A **文章编号**:1000-2758(2022)02-0407-07

薄壁结构由于质量轻,广泛应用于航空、航天领域,如太阳能帆板、飞机的机翼和舱体等。单一功能的薄壁结构极易发生振动与变形,且结构阻尼低、不稳定[1]。压电阻尼层合结构具有被动阻尼和主动致动性能,也称为主被动结构,具有良好的力学特性,广泛应用于形状控制、振动控制、噪声控制等方面[2]。黏弹性阻尼材料特殊的物理性能,使得主被动阻尼层合结构拥有复杂的层间物理特性,增加了主被动阻尼层合结构动力学建模难度,且不易实现。

最早 Kerwin 等[3]对黏弹性材料的阻尼参数进行了定量分析,并提出了阻尼材料的损耗因子。王金朝等[4]采用多输入多输出锤击法对约束阻尼板进行模态实验并与有限元结果互相验证。陈威和夏利娟[5]基于模态应变能法推导出模态损耗因子的修正公式,结果表明阻尼加筋板的阻尼弹性模量频变效应对模态损耗因子影响明显,阻尼材料的弹性模量可取为定值。黄微波等[6]研究了阻尼层合结构的层间厚度对约束阻尼结构振动性能带来的影响,结果表明约束层厚度与基层厚度相等时结构复合损耗因子最大,并且随着基层厚度与约束层厚度之比逐渐减小,厚度比对结构损耗因子的影响也变小。Jin 等[7]对黏弹性阻尼夹层复合矩形板的振动和阻尼进行了分析,基于 Reddy 的高阶剪切理论,并且考虑了弯曲-拉伸、弯曲-扭转、拉伸-扭转以及泊松效应等不同情况下的材料耦合情况。

阻尼层合圆柱状壳体结构在工程中的应用也很广泛。Mokhtari 等[8]利用 Rayleigh-Ritz 方法提出了夹层圆柱壳的一个计算公式,讨论了关键参数对动力性能的影响。Yang 等[9]研究了中间夹层为黏弹性材料的复合材料板的超音速颤振阻尼效应。Huang 等[10]建立了 2 种基于剪切和压缩阻尼机制的夹层结构分析模型,并说明了这 2 种不同阻尼机制的适用范围。Ebrahimi 和 Barati[11]建立了一个非局部应变梯度板模型,研究了黏弹性、非局部参数、电压等因素对压电阻尼层合板振动特性的影响。

通过文献调研可知,多数文献集中于阻尼层合

收稿日期:2021-07-14 **基金项目**:国家自然科学基金面上项目(11972020)、北京交通大学“轨道车辆运用工程”国家国际科技合作基地开放课题(BMRV20KF02)资助

作者简介:王雄(1983—),榆林学院副教授,主要从事智能系统、智能机器人、智能结构主动振动控制研究。

通信作者:张顺琦(1984—),上海大学教授,主要从事智能结构非线性有限元建模、智能结构主动振动控制、复合材料结构计算、高端智能装备健康监测技术研究。e-mail:zhangsq@shu.edu.cn

板结构的研究,对于在工程中应用前景很广的压电阻尼层合壳体结构研究较少。本文拟构建基于 zig-zag 板壳假设的“机-电”耦合压电阻尼层合结构有限元模型。用文献数据验证模型的正确性,并进一步研究材料增强角度、阻尼层厚度和结构曲率对压电阻尼层合结构频率和损耗系数的影响,可以为压电阻尼层合结构的减振降噪及结构设计提供必要的理论基础。

1 压电阻尼层合结构

阻尼结构中黏弹性层的弹性模量远小于其他弹性层的弹性模量,一般相差 5~7 个数量级。此时结构变形前垂直于中性面的线在变形后已经不是直线。为了能够准确地对黏弹性阻尼结构进行仿真,需要构建基于 zig-zag 板壳变形假设的应变位移关系。zig-zag 板壳变形假设示意图如图 1 所示,黏弹性阻尼层的变形量明显大于一般弹性层的变形量。图 1 中的 $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$ 和 $\boldsymbol{n}$ 表示中性面任意点分别沿 $\boldsymbol{\Theta}^1$,$\boldsymbol{\Theta}^2$ 和 $\boldsymbol{\Theta}^3$ 方向的基矢;z_1 和 z_2 分别表示黏弹性阻尼层下表面和上表面的 $\boldsymbol{\Theta}^3$ 坐标值。运动参数 $\overset{0}{v}_1$,$\overset{0}{v}_2$,$\overset{0}{v}_3$ 分别表示中性面沿着 $\boldsymbol{\Theta}^1$,$\boldsymbol{\Theta}^2$,$\boldsymbol{\Theta}^3$ 方向的移动位移,$\overset{1}{v}_1$,$\overset{1}{v}_2$ 分别表示黏弹性阻尼层关于 $\boldsymbol{\Theta}^2$,$\boldsymbol{\Theta}^1$ 轴的转动位移,同样的 $\overset{2}{v}_1$,$\overset{2}{v}_2$ 分别表示弹性材料层关于 $\boldsymbol{\Theta}^2$,$\boldsymbol{\Theta}^1$ 轴的转动位移。

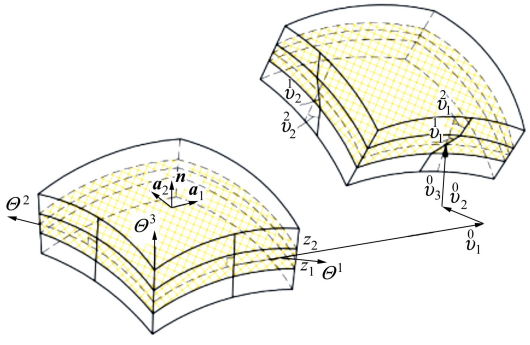


图 1 结构变形与自由度表示

则板壳结构上任意点的位移向量 $\boldsymbol{u}$ 可以用 7 个运动学参数表示为

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{Z}\boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & z_v & 0 & z_e & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & z_v & 0 & z_e \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \overset{0}{v}_1 \\ \overset{0}{v}_2 \\ \overset{0}{v}_3 \\ \overset{1}{v}_1 \\ \overset{1}{v}_2 \\ \overset{2}{v}_1 \\ \overset{2}{v}_2 \end{Bmatrix} \tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{v}$ 为位移向量;$\boldsymbol{Z}$ 为变换矩阵,其中 z_v 和 z_e 值取决于计算的结构位置,如表 1 所示。

表 1 z_v 和 z_e 取值

结构位置	z_v	z_e
$\boldsymbol{\Theta}^3 \leqslant z_1$	z_1	$\boldsymbol{\Theta}^3 - z_1$
$z_1 < \boldsymbol{\Theta}^3 < z_2$	$\boldsymbol{\Theta}^3$	0
$\boldsymbol{\Theta}^3 \geqslant z_2$	z_2	$\boldsymbol{\Theta}^3 - z_2$

2 应变位移关系

假设结构在厚度方向上不可压缩,这时 Green-Lagrange 应变张量主要由面内应变 $\varepsilon_{\alpha\beta}$ 和横向剪切应变 $\varepsilon_{\alpha 3}$ 组成,可以写为[12]

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \overset{0}{\varepsilon}_{\alpha\beta} + \boldsymbol{\Theta}^3 \overset{1}{\varepsilon}_{\alpha\beta} + (\boldsymbol{\Theta}^3)^2 \overset{2}{\varepsilon}_{\alpha\beta} \tag{2}$$

$$\varepsilon_{\alpha 3} = \overset{0}{\varepsilon}_{\alpha 3} \tag{3}$$

(2)式与(3)式中各应变分量与位移场之间的关系可以表示为:

1) 对于计算结构位置 $\boldsymbol{\Theta}^3 \leqslant z_1$ 与 $\boldsymbol{\Theta}^3 \geqslant z_2$

$$2\overset{0}{\varepsilon}_{\alpha\beta} = \overset{0}{\phi}_{\alpha\beta} + \overset{0}{\phi}_{\beta\alpha} + \mathrm{d}\overset{1}{\phi}_{\alpha\beta} + \mathrm{d}\overset{1}{\phi}_{\beta\alpha} - \mathrm{d}\overset{2}{\phi}_{\alpha\beta} - \mathrm{d}\overset{2}{\phi}_{\beta\alpha} \tag{4}$$

$$2\overset{1}{\varepsilon}_{\alpha\beta} = -b_\beta^\lambda \overset{0}{\phi}_{\lambda\alpha} - b_\alpha^\lambda \overset{0}{\phi}_{\lambda\beta} - \mathrm{d}b_\beta^\lambda \overset{1}{\phi}_{\lambda\alpha} - \mathrm{d}b_\alpha^\lambda \overset{1}{\phi}_{\lambda\beta} + \overset{2}{\phi}_{\alpha\beta} + \overset{2}{\phi}_{\beta\alpha} + \mathrm{d}b_\beta^\lambda \overset{2}{\phi}_{\lambda\alpha} + \mathrm{d}b_\alpha^\lambda \overset{2}{\phi}_{\lambda\beta} \tag{5}$$

$$2\overset{2}{\varepsilon}_{\alpha\beta} = -b_\alpha^\lambda \overset{2}{\phi}_{\lambda\beta} - b_\beta^\lambda \overset{2}{\phi}_{\lambda\alpha} \tag{6}$$

$$2\overset{0}{\varepsilon}_{\alpha 3} = \overset{0}{\phi}_{3\alpha} + \mathrm{d}\overset{1}{\phi}_{3\alpha} + \overset{2}{v}_\alpha - \mathrm{d}\overset{2}{\phi}_{3\alpha} \tag{7}$$

$$2\overset{1}{\varepsilon}_{\alpha 3} = \overset{2}{\phi}_{3\alpha} - b_\alpha^\lambda \overset{2}{v}_\lambda \tag{8}$$

计算 $\boldsymbol{\Theta}^3 \leqslant z_1$ 时 $d = z_1$,计算 $\boldsymbol{\Theta}^3 \geqslant z_2$ 时 $d = z_2$。

2) 对于计算结构位置 $z_1 < \boldsymbol{\Theta}^3 < z_2$

$$2\overset{0}{\varepsilon}_{\alpha\beta} = \overset{0}{\phi}_{\alpha\beta} + \overset{0}{\phi}_{\beta\alpha} \tag{9}$$

$$2\overset{1}{\varepsilon}_{\alpha\beta} = -b_\alpha^\lambda \overset{0}{\phi}_{\lambda\beta} - b_\beta^\lambda \overset{0}{\phi}_{\lambda\alpha} + \overset{1}{\phi}_{\alpha\beta} + \overset{1}{\phi}_{\beta\alpha} \tag{10}$$

$$2\overset{2}{\varepsilon}_{\alpha\beta} = -b_\beta^\lambda \overset{1}{\phi}_{\lambda\alpha} - b_\alpha^\lambda \overset{1}{\phi}_{\lambda\beta} \tag{11}$$

$$2\overset{0}{\varepsilon}_{\alpha 3} = \overset{0}{\phi}_{3\alpha} + \overset{1}{v}_\alpha \tag{12}$$

$$2\overset{1}{\varepsilon}_{\alpha 3}=\overset{1}{\phi}_{3\alpha}-b_{\alpha}^{\lambda}\overset{1}{v}_{\lambda} \tag{13}$$

式中

$$\begin{cases}\overset{n}{\phi}_{\alpha\beta} & =\overset{n}{v}_{\alpha,\beta}-b_{\alpha\beta}\overset{n}{v}_{3}\\ \overset{n}{\phi}_{3\beta} & =\overset{n}{v}_{3,\beta}+b_{\beta}^{\delta}\overset{n}{v}_{\delta}\end{cases} \tag{14}$$

下标‘,β’为对 $\boldsymbol{\Theta}^{\beta}$ 的空间导数,作为下标 $\alpha,\beta,\lambda,\delta$ 取值为 1 和 2,头标‘n’的取值为 0,1 和 2。另外,$b_{\alpha\beta}$ 和 b_{β}^{δ} 分别为协变和混合曲率张量,对于平板结构来说曲率张量全部为零;对于柱状板壳结构来说只有 $b_{22}=R$ 和 $b_{2}^{2}=-\dfrac{1}{R}$,其余元素为 0,R 为柱状板壳结构中性面半径。

3　动力学有限元模型

3.1　本构方程

压电阻尼层合结构机电耦合有限元本构方程的矩阵形式为

$$\boldsymbol{\sigma}=\boldsymbol{c}\boldsymbol{\varepsilon}-\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E} \tag{15}$$

$$\boldsymbol{D}=\boldsymbol{e}\boldsymbol{\varepsilon}+\boldsymbol{\chi}\boldsymbol{E} \tag{16}$$

式中,$\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{D}$ 和 $\boldsymbol{E}$ 分别表示应力向量、应变向量、电位移向量和电场向量。此外,$\boldsymbol{c}$ 为弹性常数矩阵,其与压电常数矩阵 $\boldsymbol{d}$ 和 $\boldsymbol{e}$ 之间的关系可以用矩阵形式表示为 $\boldsymbol{e}=\boldsymbol{d}\boldsymbol{c}$,$\boldsymbol{\chi}$ 为介电常数矩阵。

对于正交异性的材料,用($\breve{\boldsymbol{\Theta}}^{1},\breve{\boldsymbol{\Theta}}^{2}$)表示材料坐标系,其与局部坐标系($\boldsymbol{\Theta}^{1},\boldsymbol{\Theta}^{2}$)之间的关系如图 2 所示。

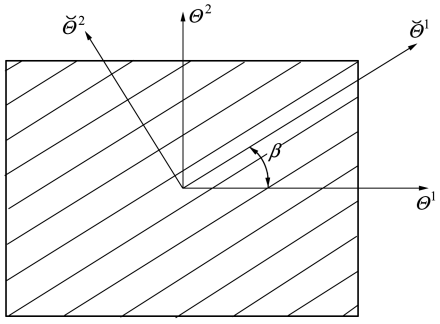


图 2　局部坐标系和材料坐标系

对于材料坐标系($\breve{\boldsymbol{\Theta}}^{1},\breve{\boldsymbol{\Theta}}^{2}$)与局部坐标系($\boldsymbol{\Theta}^{1},\boldsymbol{\Theta}^{2}$)不平行的情形,需将本构方程从材料坐标系通过变换矩阵 $\boldsymbol{T}$[13] 转换到局部坐标系中。这时应力向量、应变向量、弹性常数矩阵、压电常数矩阵在这 2 个坐标系之间的转换可以分别表示为

$$\boldsymbol{\sigma}=\boldsymbol{T}^{\mathrm{T}}\breve{\boldsymbol{\sigma}},\ \boldsymbol{\varepsilon}=\boldsymbol{T}^{-1}\breve{\boldsymbol{\varepsilon}},\ \boldsymbol{c}=\boldsymbol{T}^{\mathrm{T}}\breve{\boldsymbol{c}}\boldsymbol{T},\ \boldsymbol{e}=\breve{\boldsymbol{e}}\boldsymbol{T} \tag{17}$$

式中,$\breve{\boldsymbol{\sigma}},\breve{\boldsymbol{\varepsilon}},\breve{\boldsymbol{c}}$ 和 $\breve{\boldsymbol{e}}$ 为材料坐标系中的表示方式。

3.2　动力学有限元方程

采用 Hamilton 原理来推导压电阻尼层合结构的动力学方程,可以表述为从 t_1 到 t_2 的虚功积分等于零,即

$$\int_{t_1}^{t_2}(\delta\boldsymbol{T}-\delta W_{\mathrm{int}}+\delta W_{\mathrm{ext}})\,\mathrm{d}t=0 \tag{18}$$

式中,$\delta\boldsymbol{T}$ 为压电阻尼层合结构的动能微分,可以表示为

$$\delta\boldsymbol{T}=-\int_{V}\rho\,\delta\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\ddot{\boldsymbol{u}}\mathrm{d}V \tag{19}$$

式中:δ 表示变分运算符;ρ 为材料密度;$\ddot{\boldsymbol{u}}$ 表示 $\boldsymbol{u}$ 对时间的二阶导数。内力功的变分 δW_{int} 可以表示为

$$\delta W_{\mathrm{int}}=\int_{V}(\delta\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma}-\delta\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D})\,\mathrm{d}V \tag{20}$$

外力功的变分可以表示为

$$\delta W_{\mathrm{ext}}=\int_{V}\delta\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{f}_{\mathrm{s}}\mathrm{d}V-\int_{\Omega}\delta\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\Omega \tag{21}$$

式中:$\boldsymbol{f}_{\mathrm{s}}$ 为面力力向量;$\boldsymbol{\varphi}$ 表示压电片电极产生的电势向量;$\tilde{\boldsymbol{n}}$ 为均布电向量。

将(19)~(21)式代入(18)式可以得到压电阻尼层合结构的机电耦合动力学有限元方程

$$\boldsymbol{M}_{uu}\ddot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{K}_{uu}\boldsymbol{q}+\boldsymbol{K}_{u\varphi}\boldsymbol{\varphi}_{a}=\boldsymbol{F}_{ue} \tag{22}$$

$$\boldsymbol{K}_{\varphi u}\boldsymbol{q}+\boldsymbol{K}_{\varphi\varphi}\boldsymbol{\varphi}_{s}=\boldsymbol{G}_{\varphi e} \tag{23}$$

式中:$\boldsymbol{q}$ 为节点自由度向量;$\boldsymbol{M}_{uu},\boldsymbol{K}_{uu},\boldsymbol{K}_{u\varphi}$ 和 $\boldsymbol{K}_{\varphi\varphi}$ 分别为总质量矩阵、刚度矩阵、耦合刚度矩阵和压电矩阵;$\boldsymbol{F}_{ue}$ 和 $\boldsymbol{G}_{\varphi e}$ 为外力和电场向量。

3.3　阻尼材料模型与复刚度矩阵

通常认为阻尼材料的弹性模量是复弹性模量,表示为

$$G_{v}=G_{\mathrm{R}}+\mathrm{i}G_{\mathrm{I}}=G_{\mathrm{R}}(1+\mathrm{i}\eta_{v}) \tag{24}$$

弹性模量实部 G_{R} 称为储能模量,弹性模量虚部 G_{I} 称为损耗模量,η_{v} 表示阻尼材料的损耗因子。则结构的总刚度矩阵 $\boldsymbol{K}_{uu}$ 可以写为

$$\boldsymbol{K}_{uu}=\boldsymbol{K}_{uu}^{\mathrm{R}}+\mathrm{i}\boldsymbol{K}_{uu}^{\mathrm{Im}} \tag{25}$$

压电阻尼层合结构的自然频率 f 和损耗系数 η 可表达为

$$f_{n}=\frac{\sqrt{\mathrm{Re}(\lambda_{n})}}{2\pi},\ \eta_{n}=\frac{\mathrm{Im}(\lambda_{n})}{\mathrm{Re}(\lambda_{n})} \tag{26}$$

式中,λ_{n} 是第 n 阶复特征角频率。弹性层的阻尼矩阵用 $\boldsymbol{C}^{S}$ 表示,根据 Moita 等[14] 使用的方法来求解阻尼材料的阻尼矩阵 $\boldsymbol{C}^{V}$,可以表示为

$$\mathrm{i}\boldsymbol{K}_{uu}^{\mathrm{Im}}\boldsymbol{q}=\frac{\boldsymbol{K}_{uu}^{\mathrm{Im}}}{\omega}\dot{\boldsymbol{q}}=\boldsymbol{C}^{V}\dot{\boldsymbol{q}} \tag{27}$$

根据(25)式和(27)式,(22)式可以整理为

$$\boldsymbol{M}_{uu}\ddot{\boldsymbol{q}}+(\boldsymbol{C}^{S}+\boldsymbol{C}^{V})\dot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{K}_{uu}^{\mathrm{R}}\boldsymbol{q}+\boldsymbol{K}_{u\varphi}\varphi_{a}=\boldsymbol{F}_{ue} \tag{28}$$

4 有限元仿真及数据分析

4.1 模型验证

采用如图 3 所示的对称阻尼层合板与文献[15]的固有频率和损耗系数结果进行对比。板的尺寸为 348 mm×304.8 mm×0.762 mm,中间阻尼层厚度为 0.254 mm。阻尼材料的损耗系数 η_v 为常数 0.5,阻尼层与弹性层的材料参数如表 2 所示。

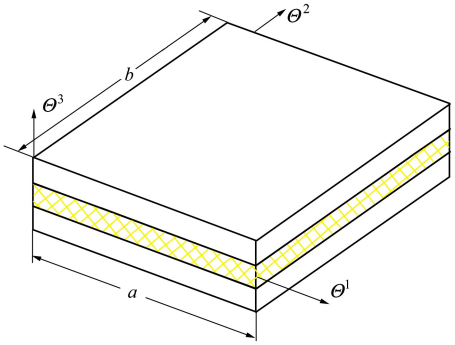


图 3 阻尼层合结构示意图

表 2 阻尼结构材料参数

材料类型	弹性模量/GPa	泊松比	密度/(kg·m^{-3})
弹性	6.89×10^4	0.3	2 740
阻尼	2.67	0.49	999

采用 12×10 网格划分,八节点矩形单元,两短边简支(simply supported:S),两长边固支(clamped:C),即 CSCS。且认为压电材料在无外电场情况下为闭环状态。则结构前 5 阶固有频率 f 和结构损耗系数 η 数据对比如表 3 所示,仿真结果与文献结果吻合较好。

表 3 结果数据对比验证

模态	固有频率/Hz			模态损耗系数		
	文献[15]	本文	偏差/%	文献[15]	本文	偏差/%
1	77.1	77.6	−0.547	0.184	0.188	−2.075
2	124.9	126.1	−0.925	0.186	0.187	−0.471
3	164.9	165.2	−0.218	0.155	0.157	−1.003
4	202.2	205.0	−1.385	0.164	0.163	0.614
5	206.4	210.0	−1.711	0.148	0.147	0.509

4.2 压电阻尼层合壳体参数化研究

压电阻尼层合壳体结构如图 4 所示,半径用 R 表示,压电层厚度为 1 mm,复合弹性层(T300/976)的厚度为 1.5 mm,宽度 W=160 mm,中性面弧长为 314 mm。复合材料(T300/976)和压电层的材料参数在表 4 中列出,且认为它们为弹性层。阻尼材料参数如表 2 所示。在 Θ^1 和 Θ^2 方向上分别划分了 8 个和 10 个网格,采用七自由度八节点的矩形单元。

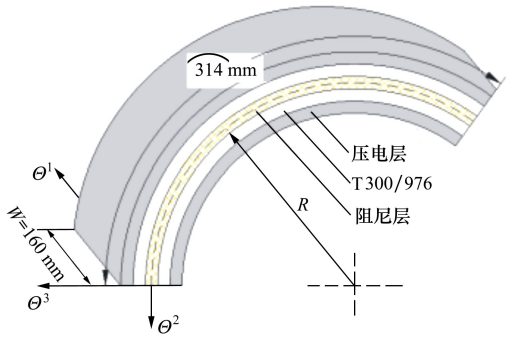


图 4 压电阻尼层合壳示意图

表 4 压电阻尼层合壳结构材料参数

T300/976	压电层
Y_1=150 GPa	Y=67 GPa
Y_2=95 GPa	υ=0.33
$\upsilon_{12}=\upsilon_{23}$=0.3	ρ=7 800 kg/m^3
$G_{12}=G_{13}$=7.1 GPa	d_{31}=−1.711 9×10^{-10} m/F
G_{23}=2.5 GPa	d_{32}=−1.711 9×10^{-10} m/F
ρ=1 600 kg/m^3	ϵ_{33}=2.03×10^{-8} F/m

壳体两直边固支,其余简支,即 CSCS。令结构半径 R=100 mm,阻尼层的厚度为 1 mm,复合弹性层(T300/976)的增强角度 β 变化范围为 0°~90°,结果如表 5 所示。当增强角度增加到 55°时,第一阶结构频率 f_1 逐渐增加,随着增强角度继续增加,频率开始缓缓降低,而第一阶损耗因子 η_1 一直处于下降状态;角度从 0°逐渐变化到 90°时,第二阶频率 f_2 一直增加,第二阶损耗因子 η_2 整体呈降低趋势。

表 5　增强角度 β 对结构频率 f 和损耗因子 η 的影响

β/(°)	f_1	η_1/%	f_2	η_2/%
0	1 291.02	1.399	1 318.44	1.440
5	1 294.14	1.387	1 321.81	1.425
10	1 303.29	1.352	1 331.70	1.382
15	1 317.91	1.299	1 347.47	1.315
20	1 337.08	1.232	1 368.08	1.229
25	1 359.59	1.156	1 392.14	1.132
30	1 384.10	1.077	1 417.94	1.030
35	1 409.33	0.999	1 443.48	0.927
40	1 434.31	0.924	1 466.48	0.829
45	1 458.39	0.852	1 484.74	0.739
50	1 481.17	0.784	1 496.64	0.664
55	1 501.74	0.605	1 502.17	0.720
60	1 500.91	0.562	1 520.70	0.660
65	1 495.92	0.533	1 535.87	0.605
70	1 488.81	0.514	1 546.88	0.557
75	1 481.37	0.502	1 553.50	0.519
80	1 474.99	0.496	1 556.39	0.492
85	1 470.69	0.493	1 557.05	0.476
90	1 469.17	0.492	1 557.05	0.471

只固定壳体左边的一条直边，其余边为自由状态(Freedom：F)，即边界条件为 CFFF，壳体的曲率半径 $\Omega=\frac{1}{R}$ 逐渐从 0 增加到 0.01 mm^{-1}，阻尼层的厚度为 1 mm，增强角度 $\beta=0°$ 保持不变。壳体的第一阶频率和相应模态损耗因子的变化趋势如图 5 所示。可以看出随着曲率的增加，压电阻尼层合壳结构的频率增加，而损耗系数逐渐减小。即对于此壳体，要想获得较高的损耗因子，壳体需要取较小曲率，要想增加固有频率，壳体需要取较大曲率。

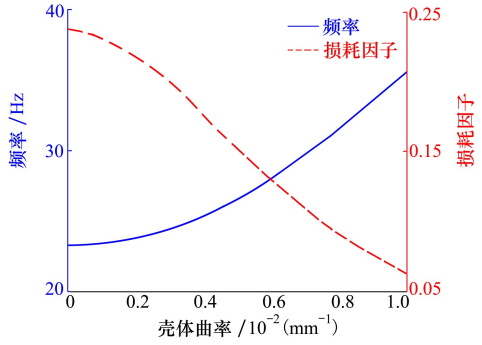


图 5　曲率 Ω 对结构频率 f 和损耗因子 η 的影响

同时固定压电阻尼层合壳体的 2 条直角边，即边界条件为 CFCF。结构的半径 R 为 100 mm，增强角度 $\beta=0°$ 保持不变，而阻尼层厚度从 0.1 mm 逐渐增加至 5 mm。结果如图 6 所示，当阻尼层厚度从 0.1 mm增加到约 1 mm 时，频率降低非常快，而当阻尼层厚度继续增加时，频率开始缓慢增加；而损耗系数在阻尼层厚度从 0.1～5 mm 时一直减小，但减小的速度越来越慢。即阻尼层厚度对结构特性的影响并不是单调递增或单调递减的。

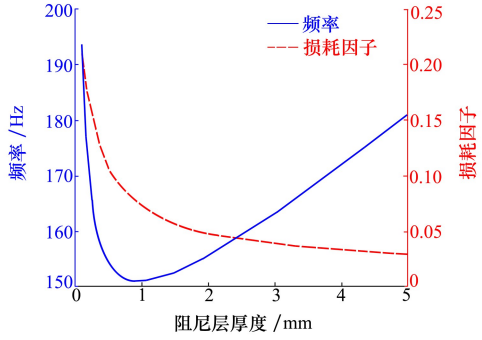


图 6　阻尼层厚度对结构频率 f 和损耗因子 η 的影响

4.3　静力学和动力学仿真

本节研究边界条件为 CFFF 的压电阻尼层合壳体(见图 4)的静力和动力学特性。令壳的半径 $R=100$ mm，阻尼层的厚度为 0.5 mm 和增强角度 $\beta=0°$。其他尺寸、材料、单元类型和网格划分与 4.2 节相同。压电片黏贴面的电势为零，且整个上表面都是等电位的。对壳体结构施加 150 V 电压，壳体结构在 Θ^2 方向上中心线位移如图 7 静力学响应所示，壳体距离固定端越远，节点位移就越大。

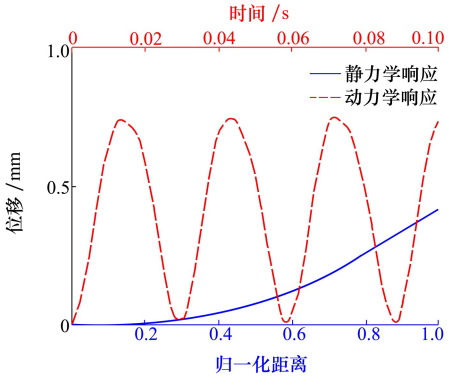


图 7　压电阻尼层合壳体的静力和动力学响应

对结构施加电压后，结构会在一个范围内来回振动。由图 5 可知壳体的频率为 35.8 Hz，取 0.1 s 即 3.58 个振动周期来研究该壳体的动力学特性。不考虑阻尼情况下自由端中间节点的环向振动响应如图 7 所示。现实中结构不会一直振动下去，结构会逐渐趋于平稳，这个过程是阻尼效应作用的结果。

不同阻尼效应情况下壳体的自由端中间节点的环向振动,结果如图 8 所示。图例中 $\boldsymbol{C}^S$ 表示只考虑了结构自身的阻尼效应;$\boldsymbol{C}^S + \boldsymbol{C}^V$ 则表示既考虑了结构自身的阻尼效应又考虑了黏弹性结构的阻尼效应。可以看出黏弹层阻尼可以使结构的振动衰减很快,对抑制结构振动有很好的效果。

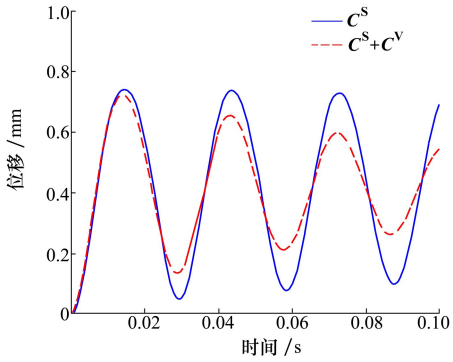


图 8 压电阻尼层合壳体的环向振动阻尼效应

5 结 论

基于 zig-zag 假设构建了压电阻尼层合结构机电耦合动力学和静力学模型,实现层间材料参数差异巨大的准确计算。与参考文献算例数据对比验证模型正确性后,使用建立的模型对压电阻尼层合壳体结构进行了静力学和动力学分析,得出:

1) 增强角度在 0°~90°逐渐增加时,当增加到约 55°时,结构频率逐渐增加,之后频率随着增强角度的增加而缓缓降低;而损耗因子一直处于降低状态。

2) 压电阻尼层合壳体结构的曲率从 0 增加到 0.01 mm^{-1}时,壳体结构的频率增加,而损耗系数逐渐减小。

3) 当阻尼层厚度从 0.1 mm 增加到约 1 mm 时,频率降低非常快,随着厚度继续增加,频率反而缓慢增加;而损耗系数在阻尼层厚度从 0.1~5 mm 时减小的速度持续降低。

4) 研究不同阻尼效应下壳体自由端的环向振动得出黏弹层阻尼可以使结构的振动衰减很快,有很好的减振效果。

本文的研究结果对压电阻尼层合结构的设计和使用具有指导意义和参考价值。

参考文献:

[1] 孙大刚, 赵树萍, 孟杰, 等. 风力机叶片约束阻尼结构建模及抑颤研究[J]. 太阳能学报, 2018, 39(4): 1165-1172
SUN Dagang, ZHAO Shuping, MENG Jie, et al. Modeling and flutter suppression of wind turbine blade constrained damping structure[J]. Journal of Solar Energy, 2018, 39(4): 1165-1172 (in Chinese)

[2] 张志超, 黄微波, 李华阳, 等. 黏弹性阻尼材料及其阻尼结构的研究进展[J]. 环保科技, 2017, 23(6): 56-60
ZHANG Zhichao, HUANG Weibo, LI Huayang, et al. Research progress of viscoelastic damping materials and structures[J]. Environmental Protection Technology, 2017, 23(6): 56-60 (in Chinese)

[3] KERWIN E M. Damping of flexural waves by a constrained viscoelastic layer[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1959, 31(7): 952-962

[4] 王金朝, 王志强, 徐宁, 等. 约束阻尼板结构模态实验及阻尼特性研究[J]. 噪声与振动控制, 2018, 38(6):205-208
WANG Jinchao, WANG Zhiqiang, XU Ning, et al. Modal experiment and damping characteristics of constrained damping plate structure[J]. Noise and Vibration Control, 2018, 38(6): 205-208 (in Chinese)

[5] 陈威, 夏利娟. 黏弹性自由阻尼加筋板的随机响应分析和试验研究[J]. 舰船科学技术, 2020, 42(1): 62-67
CHEN Wei, XIA Lijuan. Random response analysis and experimental study of viscoelastic free damping stiffened plates[J]. Ship Science and Technology, 2020, 42(1): 62-67 (in Chinese)

[6] 黄微波, 张志超, 李华阳, 等. 层间厚度对约束阻尼结构振动性能的影响[J]. 工程抗震与加固改造, 2018, 40(1): 8-14
HUANG Weibo, ZHANG Zhichao, LI Huayang, et al. Effect of interlayer thickness on vibration performance of constrained damping structures[J]. Earthquake Resistance and Reinforcement, 2018, 40(1): 8-14 (in Chinese)

[7] JIN G, Yang C, LIU Z. Vibration and damping analysis of sandwich viscoelastic-core beam using Reddy's higher-order theory [J]. Composite Structures, 2016, 140: 390-409

[8] MOKHTARI M, PERMOON M R, HADDADPOUR H. Dynamic analysis of isotropic sandwich cylindrical shell with fractional viscoelastic core using Rayleigh-Ritz method[J]. Composite Structures, 2018, 186: 165-174

[9] YANG X D, YU T J, ZHANG W, et al. Damping effect on supersonic panel flutter of composite plate with viscoelastic mid-layer [J]. Composite Structures, 2016, 137: 105-113

[10] HUANG Z C, QIN Z Y, CHU F L. Damping mechanism of elastic-viscoelastic-elastic sandwich structures[J]. Composite Structures, 2016, 153: 96-107

[11] EBRAHIMI F, BARATI M R. Damping vibration analysis of smart piezoelectric polymeric nanoplates on viscoelastic substrate based on nonlocal strain gradient theory[J]. Smart Materials and Structures, 2017, 26: 065018

[12] ZHANG S Q, SCHMIDT R. Static and dynamic FE analysis of piezoelectric integrated thin-walled composite structures with large rotations[J]. Composite Structures, 2014, 112: 345-357

[13] ZHANG S Q, SCHMIDT R. Large rotation theory for static analysis of composite and piezoelectric laminated thin-walled structures[J]. Thin-Walled Structures, 2014, 78: 16-25

[14] MOITA J S, ARAÙJOA L, MARTINS P G, et al. Analysis of active-passive plate structures using a simple and efficient finite element model[J]. Mechanics of Advanced Materials and Structures, 2011, 18(2):159-169

[15] BILASSE M, OGUAMANAM D C D. Forced harmonic response of sandwich plates with viscoelastic core using reduced-order model[J]. Composite Structures, 2013, 105: 311-318

Electromechanical coupling modeling and analysis of piezoelectric damping laminated structures based on zig-zag hypothesis

WANG Xiong[1], GAO Yingshan[2], ZHANG Shunqi[2,3], DOU Weiyuan[3]

(1.School of Energy Engineering, Yulin University, Yulin 719000, China;
2.School of Mechatronic Engineering and Automation, Shanghai University, Shanghai 200072, China;
3.School of Mechanical, Electronic and Control Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: Based on the zig-zag theory and Hamiltonian principle, the electromechanical coupling dynamic finite element(FE) model of piezoelectric damping laminated structure is established, the natural frequency and loss factor of the structure is accurately calculated. The eight nodes quadratic element is adopt for FE modeling, each node with seven DOFs, which considers the complex elastic modulus of damping layer. The correctness of model is verified by the calculation and simulation of an example in the literature. The effects of reinforcement orientation angle, thickness of damping layer and structure curvature on the frequency and loss factor of piezoelectric damping laminated structure are investigated. This study can provide references for vibration control and optimization design of piezoelectric damping laminated structures.

Keywords: piezoelectric damping laminated structure; zig-zag hypothesis; damping analysis; dynamic modeling

引用格式: *王雄, 高英山, 张顺琦, 等. 基于 zig-zag 假设的压电阻尼层合结构机电耦合建模与分析[J]. 西北工业大学学报, 2022,40(2): 407-413*

WANG Xiong, GAO Yingshan, ZHANG Shunqi, et al. Electromechanical coupling modeling and analysis of piezoelectric damping laminated structures based on zig-zag hypothesis[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2022, 40(2): 407-413 (in Chinese)

© 2022 Journal of Northwestern Polytechnical University.

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.