

# 跟踪-微分器在全捷联制导中的应用分析

王佩<sup>1,2</sup>, 张科<sup>1,2</sup>, 吕梅柏<sup>1,2</sup>

(1. 西北工业大学 航天学院, 陕西 西安 710072; 2. 航天飞行动力学国家级重点实验室, 陕西 西安 710072)

**摘要:**以仅能获取角度信息的全捷联导引头为研究对象, 针对采用直接微分提取惯性视线角速率时存在的噪声放大问题, 基于跟踪微分器设计了一种全捷联制导信息提取算法。结合导引头的性能指标要求, 对3种不同形式跟踪微分器的提取效果进行了对比分析。仿真结果表明, 采用非线性微分器进行惯性视线角速率提取, 可以减小延迟时间, 避免噪声放大, 有效提高制导精度, 具有一定的工程应用价值。

**关键词:**捷联导引头 跟踪微分器 视线角速率提取 制导精度

中图分类号: TJ765.3

文献标志码: A

文章编号: 1000-2758(2014)05-0817-05

全捷联导引头将包括探测器在内的全部硬件刚性直接固定在弹体上, 相比传统框架式导引头, 完全去掉了稳定和跟踪平台, 具有结构简单, 可靠性高, 体积小, 质量轻等优点。但全捷联导引头所获得的测量信息都在弹体系内, 由于弹体相对于惯性空间是运动的, 全捷联导引头测量的视线角中包含了目标相对于惯性空间的视线角和弹体运动两部分信息。因此提取制导所需的惯性视线角速率成为了全捷联制导系统亟需考虑与解决的重要问题<sup>[1]</sup>。

近年来, 一些学者对全捷联导引头的角速率获取问题展开了研究, 文献[2]采用固定带宽的低通滤波器提取惯性视线角速率。张迎春等人采用粒子滤波方法对捷联成像导引头视线角速率进行提取<sup>[3]</sup>。焦迎杰等人采用UKF滤波器提取视线角速率<sup>[4]</sup>。但采用粒子滤波、UKF滤波进行视线角速率提取存在计算量大、算法复杂、滤波精度受先验知识影响等缺点。通过重构惯性视线角直接微分的方法虽然简单, 但存在噪声放大问题。而跟踪-微分器作为一种非线性估计方法, 能够较好地解决从不连续或带随机噪声的测量信号中合理跟踪提取连续信号及微分信号的问题<sup>[6-9]</sup>。

本文以仅有角度测量信息的全捷联导引头为研究对象, 使用跟踪微分器对惯性视线角速率进行提取, 结合某制导炸弹的性能要求, 对3种典型的跟踪

微分器的提取效果进行了对比分析, 仿真结果表明采用非线性微分器的提取算法能够有效提高制导精度。

## 1 惯性视线角速率提取算法

### 1.1 坐标系定义及转换

在进行惯性视线角重构时, 为描述全捷联导引头测量的体视线角由弹体姿态角到惯性视线之间的转换关系, 需要定义的相关坐标系<sup>[3,5]</sup>有: ①惯性坐标系  $Oxyz$ ; ②弹体坐标系  $Ox_m y_m z_m$ ; ③视线坐标系  $Ox_s y_s z_s$ ; ④体视线坐标系  $Ox_{sm} y_{sm} z_{sm}$ 。

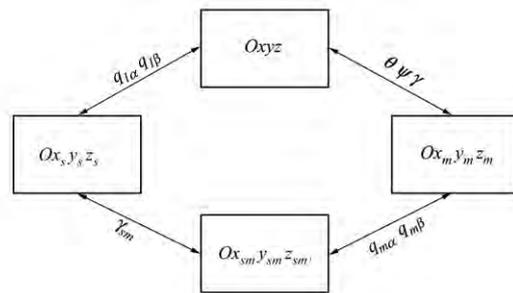


图1 坐标系之间的转换关系

需要定义的角度<sup>[3,5]</sup>有:  $\vartheta$  俯仰角、 $\psi$  偏航角、 $\gamma$

滚转角、体视线高低角  $q_{m\alpha}$ 、体视线方位角  $q_{m\beta}$ 、视线高低角  $q_{l\alpha}$ 、视线方位角  $q_{l\beta}$ 、视线倾斜角  $\gamma_{sm}$ 。

全捷联导引头只能测得目标相对于弹体的体视线角  $q_{m\alpha}$ 、 $q_{m\beta}$ ，而在制导过程中弹体在惯性空间的姿态是不断变化的。因此，要重构出相对于惯性空间的目标视线角  $q_{l\alpha}$ 、 $q_{l\beta}$ ，提取角速率  $\dot{q}_{l\alpha}$ 、 $\dot{q}_{l\beta}$ ，就必须将导引头测量信号中耦合的弹体姿态运动信息去除。

### 1.2 角速率提取算法

目标在视线坐标系和体视线坐标系中的坐标均为  $(R, \rho, \rho)$ ，方向向量为  $(1, \rho, \rho)$ ，根据坐标转换关系有：

$$L(q_{l\alpha}, q_{l\beta}) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = L_{lm}(\vartheta, \psi, \gamma) L(q_{m\alpha}, q_{m\beta}) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中： $L_{lm}(\vartheta, \psi, \gamma) = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \\ n_1 & n_2 & n_3 \end{bmatrix}$  为弹体坐标系

到惯性坐标系中的转换矩阵。

使用全捷联导引头测得的体视线角  $q_{m\alpha}$  和  $q_{m\beta}$ ，得到弹目视线在弹体坐标系中的方向向量  $l_m$ ，使用  $L_{lm}(\vartheta, \psi, \gamma)$  对  $l_m$  进行坐标变换，得到弹目视线在惯性坐标系中的方向向量  $l_l = L_{lm}(\vartheta, \psi, \gamma) l_m = [a_1 \ a_2 \ a_3]^T$ ，从而得到惯性视线角与体视线角和弹体姿态之间的映射关系为：

$$\begin{aligned} q_{l\alpha} &= \arctan(a_2 / \sqrt{a_1^2 + a_2^2}) \\ q_{l\beta} &= \arctan(-a_3 / a_1) \end{aligned} \quad (2)$$

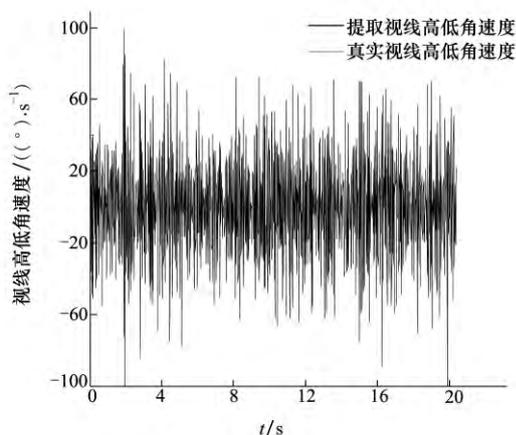


图 2 噪声情况下直接微分提取结果

将重构出的惯性视线角  $q_{l\alpha}$ 、 $q_{l\beta}$  通过微分网络，就得到了比例导引所需的惯性视线角速率  $\dot{q}_{l\alpha}$ 、 $\dot{q}_{l\beta}$ 。

而在实际过程中不可避免地存在测量噪声和系统噪声，由于直接微分存在噪声放大效应，导致提取的视线角速率被放大的噪声信号污染甚至完全淹没。例如在全捷联导引头测量的体视线角中引入均值为 0，方差为  $0.03^\circ$  的白噪声，在测量的姿态角中引入均值为 0，方差为  $0.03^\circ$  的白噪声后，所提取的惯性视线角速率被完全淹没。

## 2 典型跟踪微分器

为解决从噪声信号中提取微分信号的问题，韩京清<sup>[7]</sup>创新性地提出了跟踪-微分器 (tracking differentiator, TD) 的解决思路。经过多年的发展，目前已形成多种形式的微分器<sup>[7-10]</sup>。目前，应用较多的微分器有：

1) 最速离散跟踪微分器 (fhan TD)：

$$\left. \begin{aligned} x_1(k+1) &= x_1(k) + hx_2(k) \\ x_2(k+1) &= x_2(k) + \\ &hfhan(x_1(k) - v, x_2(k), r, h_0) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中： $v$  为输入信号， $x_1$  为  $v$  的跟踪信号， $x_2$  为  $x_1$  的导数，即  $v$  的微分信号； $h$  为积分步长， $r$  决定了跟踪的快慢， $h_0$  决定噪声滤波效应， $r$  和  $h_0$  要协调调整以获得满意的性能。

fhan( $x_1, x_2, r, h_0$ ) 函数为：

$$\left\{ \begin{aligned} d &= rh_0 \\ d_0 &= h_0 d \\ a_0 &= \sqrt{d^2 + 8r|y|} \\ a &= \begin{cases} x_2 + \frac{(a_0 - d)}{2} \text{sign}(y) & |y| > d_0 \\ x_2 + \frac{y}{h_0} & |y| \leq d_0 \end{cases} \\ fhan &= - \begin{cases} r \text{sign}(d) & |a| > d \\ r \frac{a}{d} & |a| \leq d \end{cases} \end{aligned} \right.$$

2) 滑模微分器 (levant TD)

该微分器具有滑模控制鲁棒性强、精度高、收敛快等优点，得到了广泛的应用，其具体形式为：

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 - \lambda |x_1 - v(t)|^{1/2} \text{sign}(x_1 - v(t)) \\ \dot{x}_2 &= -\alpha \text{sign}(x_1 - v(t)) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中： $\alpha > C$ ， $\lambda^2 \geq 4C \frac{\alpha + C}{\alpha - C}$ ， $C > 0$  是输入信号  $v(t)$  导数的 Lipschitz 常数上界。

3) 非线性微分器 (nonlinear TD):

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -r \left[ \text{fal}(x_1 - v, \alpha, \delta) + \beta \frac{\text{fal}(x_2, \alpha, \delta)}{r^\alpha} \right] \end{cases}$$

$$\text{式中: } \text{fal}(z, \alpha, \delta) = \begin{cases} |z|^\alpha \text{sgn}(z) & |z| > \delta \\ \frac{z}{\delta^{1-\alpha}} & |z| \leq \delta \end{cases} \delta < 0$$

滤波参数  $r, \alpha, \beta$  需要协调调整。 $r, \alpha$  决定了跟踪的快速性  $\beta$  影响噪声抑制效果。

### 3 基于跟踪微分器的提取算法应用分析

利用跟踪微分器对由含噪声的体视线角和姿态角重构出的惯性视线角进行微分信号提取。全捷联制导回路结构如图 3 所示。

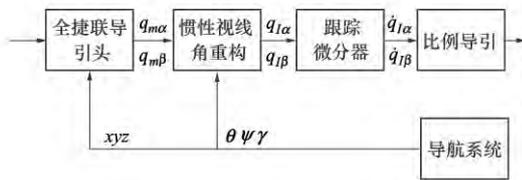


图 3 基于跟踪微分器的全捷联制导引头制导系统结构图

某全捷联制导炸弹仿真模型制导过程中, 弹目视线角信号变化频率为 0.1 ~ 2 Hz, 噪声为  $3\sigma = 0.5^\circ$  的白噪声, 原提取算法采用  $\beta = 0.9$  的数字衰减记忆滤波器 (DFMF), 计算步长为 50 ms。为对比各微分器的提取性能, 选择各微分器参数, 使其对噪声的放大水平与 DFMF 基本一致, 如图 4 所示。

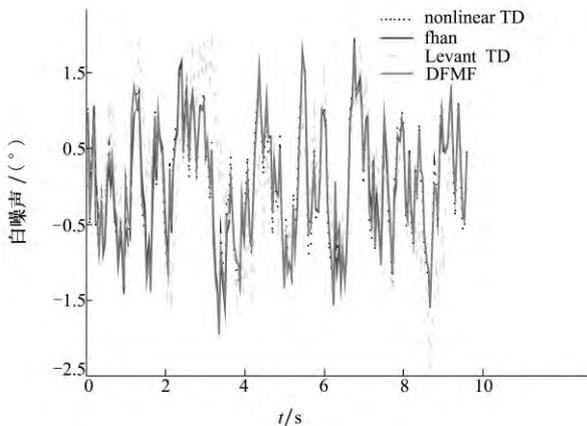


图 4 白噪声信号的导数输出

- 1) 最速跟踪微分器:  $R = 20, \delta = 5 * h;$
- 2) 滑模微分器:  $\alpha = 10, \lambda = 6;$
- 3)  $r = 19, \alpha = 0.7, \beta = 1.5.$

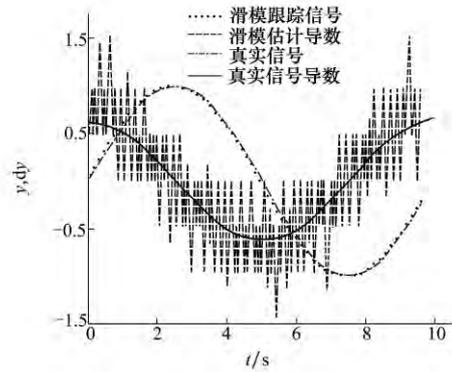


图 5 滑模微分器对 0.1 Hz 信号跟踪结果

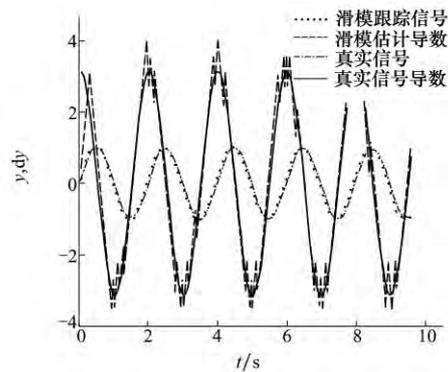


图 6 滑模微分器对 1 Hz 信号跟踪结果

由图 5、图 6 可知, 滑模微分器对原始信号的跟踪效果很好, 但由于具有不连续函数, 提取的微分信号具有抖振, 抖振的程度随信号频率的提高而降低。可见滑模微分器不适合用于角速率提取。

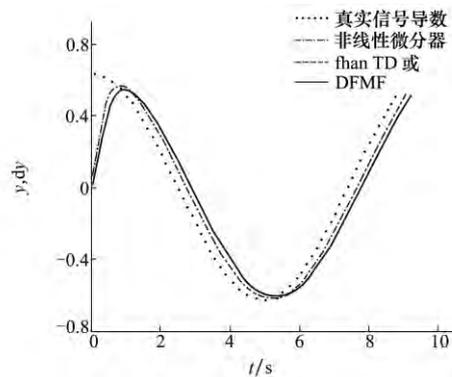


图 7 3 种微分器对 0.1 Hz 信号提取微分结果

对比其他 2 种微分器的提取效果发现, 最速离散跟踪微分器的提取结果与 DFMF 滤波器的提取结

果几乎完全一致。而非线性微分器提取的微分信号的延迟时间在 0.1 ~ 2 Hz 的频段内均优于 DFMF 滤波器,并且信号的衰减幅值更小。

表 1 2 种微分器提取微分信号延迟时间对比

频率/Hz	DFMF/s	非线性微分器/s
0.1	0.45	0.24
0.5	0.3	0.2
1	0.23	0.17
2	0.14	0.11

通过上述分析可知非线性微分器在噪声放大水平相同的情况下,在要求频段内具有更好的提取效果。为验证制导效果,采用非线性微分器提取惯性角速率,进行蒙特卡罗打靶仿真,结果如图 8 所示,

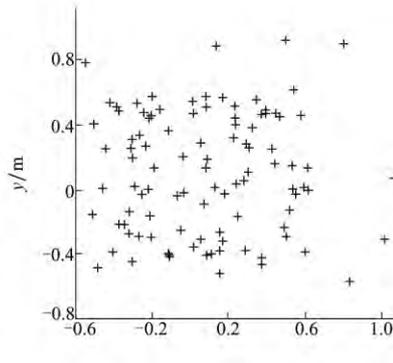


图 8 蒙特卡罗打靶结果

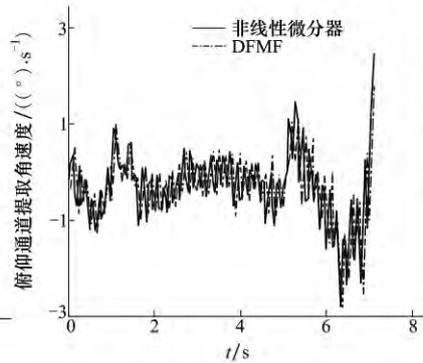


图 9 2 种微分器提取俯仰角速度对比

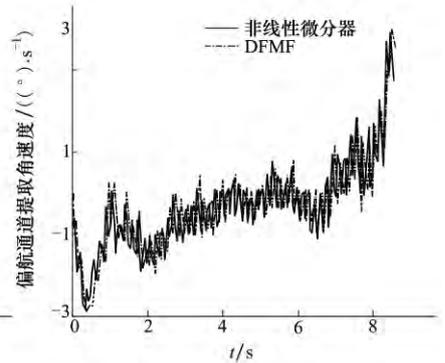


图 10 2 种微分器提取偏航角速度对比

对不同射程下的脱靶量进行统计。由角速率提取结果(图 9 和图 10)可以看出,在噪声放大水平相近的情况下,采用非线性微分器后提取信号的延迟时间更短,对目标的响应更快。从制导精度的对比表 2 可知,相比 DFMF,采用非线性微分器后脱靶量在全射程范围内均有一定程度的提高。

表 2 2 种微分器不同射程的平均脱靶量对比

射程/km	DFMF/m	非线性微分器/m
2	1.13	0.72
3	1.24	0.88
4	0.97	0.82
5	0.80	0.69
6	0.78	0.66

### 4 结 论

本文使用跟踪微分器解决全捷联寻的制导中存在的惯性视线角速率提取问题,并结合性能指标要

求,对 3 种典型微分器的提取效果进行了对比分析,通过仿真表明,采用非线性微分器可以有效的抑制噪声,提高制导精度,便于实现,具有一定的工程应用参考价值。

### 参考文献:

[1] 姚郁,章国江. 捷联成像制导系统的若干问题探讨[J]. 红外与激光工程, 2006, 35(1): 1-6  
 Yao Yu, Zhang Guojiang. Discussion on Strapdown Imaging Guidance System[J]. Infrared and Laser Engineering, 2006, 35(1): 1-6 (in Chinese)

[2] Nesline F W, Zarchan P. Line-of-Sight Reconstruction for Faster Homing Guidance[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1984, 8: 3-8

[3] Zhang Yingchun, Li Jingjing, Li Huayi. Line of Sight Rate Estimation of Strapdown Imaging Seeker Based on Particle Filter[C] //Proceedings of the 3rd International Symposium on Systems and Control in Aeronautics and Astronautics, 2010: 191-195

[4] 焦迎杰,王箫,陈志坚. 捷联寻的制导技术在近程制导火箭中的应用[J]. 弹箭与制导学报, 2012, 32(1): 13-16  
 Jiao Yingjie, Wang Xiao, Chen Zhijian. Application of Strapdown Homing Guidance Technology in Short-Range Guided Rocket

- [J]. *Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance*, 2012, 32(1): 13-16 (in Chinese)
- [5] Paul Zarchan. *Tactical and Strategic Missile Guidance* [M]. 5th ed. The American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington DC, 2007
- [6] 韩京清, 王伟. 非线性跟踪-微分器 [J]. *系统科学与数学*, 1994, 14(2): 177-183  
Han Jingqing, Wang Wei. Nonlinear Tracking-Differentiator [J]. *Journal of System Science and Mathematical Science*, 1994, 14(2): 177-183 (in Chinese)
- [7] Shtessel Y, Shkolnikov I A, Levant A. Smooth Second-Order Sliding Modes: Missile Guidance Application [J]. *Automatica*, 2007, 10(10): 1-4
- [8] 赵鹏, 姚敏立, 陆长捷, 胡友涛. 高稳快速非线性-线性跟踪微分器设计 [J]. *西安交通大学学报*, 2011, 45(8): 43-48  
Zhao Peng, Yao Minli, Lu Changjie, Hu Youtao. Design of Nonlinear-Linear Tracking Differentiator with High Stability and High Speed [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2011, 45(8): 43-48 (in Chinese)
- [9] Tian Dapeng, Shen Honghai, Dai Ming. Improving the Rapidity of Nonlinear Tracking Differentiator via Feedforward [J]. *IEEE Trans on Ind Electron*, 2014, 61(7): 3736-3743

## Application and Analysis of Tracking-Differentiator in Strapdown Guidance

Wang Pei<sup>1 2</sup>, Zhang Ke<sup>1 2</sup>, Lü Meibo<sup>1 2</sup>

(1. College of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)  
(2. National Key Laboratory of Aerospace Flight Dynamics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** Strapdown seeker has been recently adopted for short-range guided weapon to satisfy the demand for reducing the size and cost of guidance and control units. However, the detector of strapdown seeker is fixed rigidly to the weapon body, and many traditional guidance information processing methods cannot be applied directly, because of the change of detection reference and mode. Due to the weakness of strapdown seeker, inertial line-of-sight (LOS) angle rate extraction in the strapdown seeker is investigated based on the analysis of decoupling weapon attitude from the measurement of strapdown seeker. Considering background noise and any inaccurate metrical information, we introduce tracking-differentiator to obtain more precise inertial LOS angle rate for proportional guidance law and design guidance system structure of strapdown guidance weapon. The performance of each of three types of tracking-differentiator is discussed according to the characteristics of seeker. Simulation results and their analysis show preliminarily that the proposed extraction method improves the guidance precision of bomb, thus providing certain useful information for engineering application.

**Key words:** angular velocity, cost reduction, data processing, Monte Carlo methods, time delay