

# 提高基于 Adjoint 方法翼型优化设计鲁棒性的研究

樊艳红, 宋文萍, 韩忠华

(西北工业大学 翼型叶栅空气动力学国防科技重点实验室, 陕西 西安 710072)

**摘要:** 通过引入线搜索方法,提高了基于 Adjoint 方法翼型优化设计的鲁棒性。针对给定的目标函数,推导了贴体坐标系下相应的 Adjoint 方程与边界条件的具体表达形式,以及梯度表达式。通过数值求解流动控制方程和 Adjoint 方程,得到目标函数对设计变量的梯度,并采用线搜索方法获得最优步长,由此提高了优化算法的鲁棒性。算例表明,线搜索方法可以自动寻找最优的步长,有效解决了传统的取常数步长优化步长选取受到限制,优化结果受步长影响的问题,使得优化方法对步长的依赖性变小,提高了基于 Adjoint 方法翼型优化设计的鲁棒性。

**关键词:** Adjoint 方法, 气动优化设计, Navier-Stokes 方程

中图分类号: V211.3

文献标识码: A

文章编号: 1000-2758(2013)04-0547-09

气动外形优化设计方法主要有全局优化方法(如遗传算法等)和基于梯度信息的局部优化设计方法。全局优化设计方法虽然一般具有良好的全局优化特性,然而对于气动优化设计而言,如果基于 Euler 方程或 N-S 方程开展机翼或翼身组合体等复杂外形的优化设计,在设计变量很多时,其计算量可能大到现有计算条件难以接受的程度。而基于梯度信息的气动优化方法具有计算量较小,收敛速度快的特点,因而仍然是目前应用较多的一种方法。

在基于梯度信息的优化设计方法中,最重要的一步是梯度计算。获得梯度的传统做法是采用有限差分方法。当设计变量较多时,用有限差分方法计算需要对每一个设计变量进行扰动,并重新求解流场,计算量很大,限制了其在优化设计方法中的应用。

目前,在梯度精确求解、适应复杂外形气动设计需要及计算量花费等方面都取得成功的方法当属 Adjoint 方法(也称基于控制理论的优化设计方法)。该方法于上世纪 90 年代初由 A. Jameson<sup>[1]</sup> 首先引入到跨声速翼型的气动优化设计,该方法以偏微分方程系统的控制理论为基础,将气动优化设计问题转化为最优解问题,把物体边界作为控制函数,用拉格朗日乘子将流场方程作为约束条件引入目标函

数,将约束问题转化为无约束问题。通过求解流场控制方程和 Adjoint 方程来进行梯度求解。梯度求解仅与形状变化相关,求解 Adjoint 方程的计算量与求解流场控制方程的计算量相当,因而总的计算量只相当于 2 倍的流场计算量,几乎与设计变量数目无关,大大减少了计算量,从而解决了多变量问题及复杂外形问题气动优化设计的快速求解难题。Anderson<sup>[2]</sup>、Elliott<sup>[3]</sup> 等人在非结构网格基础上先后开展了应用连续、离散 Adjoint 方法和 Navier-Stokes 方程的气动设计研究,进行了翼型、多段翼型、机翼以及全机的气动优化设计; Kim<sup>[4]</sup> 研究了基于 Adjoint 方法的增升装置的优化设计,并在文献[5]中通过调整序列二次规划软件包中的参数,增强 Adjoint 方法的鲁棒性。国内在应用 Adjoint 方法的气动设计方面已有一些研究成果发表<sup>[6-43]</sup>。唐智礼<sup>[6]</sup> 给出了基于控制理论的 Euler 方程翼型减阻优化设计;周铸等<sup>[7]</sup> 基于 Adjoint 方法和 N-S 方程进行了翼型的气动优化设计;杨旭东、乔志德等<sup>[8-9]</sup> 研究了基于 Adjoint 方法和 N-S 方程的气动外形设计方法;熊俊涛、乔志德、杨旭东、韩忠华<sup>[10]</sup> 进行了基于粘性 Adjoint 方法和 Navier-Stokes 方程的跨声速机翼气动优化设计研究。左英桃、高正红等<sup>[11]</sup> 研究了基于 N-S 方程和离散共轭方法的气动设计方法;王龙、宋文萍、杨

旭东<sup>[12]</sup>给出了一种基于 Adjoint 方程攻角不变的多目标减阻优化方法。韩忠华<sup>[13]</sup>提出了用梯度增强的 Kriging 代理模型确定步长,提高了基于 Adjoint 方法的气动优化设计的有效性和鲁棒性。基于梯度信息的气动优化设计中涉及到步长的选取,文献[6-12]中绝大部分采用传统的常数步长方法。采用常数步长时,设计方法对步长的依赖性大。步长过大,会导致目标函数不能收敛到最优解;步长太小,会导致收敛过慢,甚至不能收敛。因此只有选取合适的步长才可以优化得到最优解。针对常数步长的这一不足,本文引入了线搜索方法,可以自动搜索最优的步长,克服了传统的取常数步长优化对步长依赖性大的问题,提高了气动优化设计方法的鲁棒性。

本文推导了 Adjoint 方程及其边界条件,目标函数对设计变量梯度求解,并在 BFGS 拟牛顿优化算法中引入线搜索方法,提高了优化设计方法的鲁棒性。首先通过数值算例验证了线搜索方法提高梯度优化算法鲁棒性的思想,然后以亚临界翼型 RAE2822 和风力机翼型 DU 91-W2-250 为例,进行了反设计研究。结果表明:线搜索方法有效解决了传统的取常数步长优化对步长限制的问题,可以提高基于 Adjoint 方法的翼型优化设计的鲁棒性;研究成果能够推广到机翼、翼身组合体等复杂外形的气动优化设计中。

### 1 粘性 Adjoint 方程及梯度的推导

采用 Navier-Stokes 方程作为流动分析程序。在笛卡尔坐标系  $(x_1, x_2)$  下,定义速度的分量为  $(u_1, u_2)$ ,采用求和约定惯例,方程形式为

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial x_i} = \frac{\partial \mathbf{f}_{vi}}{\partial x_i} \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{w}$  是流动矢量,  $\mathbf{f}_i$  为无粘通量项,  $\mathbf{f}_{vi}$  为粘性通量项。采用结构化贴体网格进行离散时,需要将物理坐标转化为计算坐标  $(\xi_1, \xi_2)$ ,方程转化为

$$\frac{\partial(\mathbf{J}\mathbf{w})}{\partial t} + \frac{\partial(\mathbf{F}_i - \mathbf{F}_{vi})}{\partial \xi_i} = 0, \quad (2)$$

式中  $\mathbf{F}_i = S_{ij}f_j$ ,  $\mathbf{F}_{vi} = S_{ij}f_{vj}$ ,  $S_{ij} = \mathbf{J} \frac{\partial \xi_i}{\partial x_j}$ ,  $\mathbf{J}$  为坐标变换的 Jacobian 值。

定常状态下,对应于气动外形变化的约束方程可表述为

$$\frac{\partial \delta(\mathbf{F}_i - \mathbf{F}_{vi})}{\partial \xi_i} = 0 \quad (3)$$

式中  $\delta \mathbf{F}_i, \delta \mathbf{F}_{vi}$  也可写成与流动变量  $\mathbf{w}$  的变分  $\delta \mathbf{w}$ 、计算空间的矩阵变分  $\delta \mathbf{S}$  相关的贡献,即

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{F}_i &= \frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial \mathbf{w}} \delta \mathbf{w} + \frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial \mathbf{S}} \delta \mathbf{S} \\ \delta \mathbf{F}_{vi} &= \frac{\partial \mathbf{F}_{vi}}{\partial \mathbf{w}} \delta \mathbf{w} + \frac{\partial \mathbf{F}_{vi}}{\partial \mathbf{S}} \delta \mathbf{S} \end{aligned} \quad (4)$$

引入 Adjoint 变量  $\boldsymbol{\psi} = (\psi_1, \rho_1, \rho_2, \theta)^T$ ,即对 (3) 式左乘 Adjoint 因子,并在整个计算空间求积,则可得

$$\int_D \boldsymbol{\psi}^T \frac{\partial \delta(\mathbf{F}_i - \mathbf{F}_{vi})}{\partial \xi_i} dD_\xi = 0 \quad (5)$$

假定  $\boldsymbol{\psi}$  可微,利用分部积分公式和高斯定理,可得

$$\int_B \mathbf{n}_i \boldsymbol{\psi}^T \delta(\mathbf{F}_i - \mathbf{F}_{vi}) dB_\xi - \int_D \frac{\partial \boldsymbol{\psi}^T}{\partial \xi_i} \delta(\mathbf{F}_i - \mathbf{F}_{vi}) dD_\xi = 0 \quad (6)$$

一般情况下,目标函数可表述为

$$\mathbf{I} = \int_B \mathbf{M}(\mathbf{w}, \mathbf{S}) dB_\xi + \int_D \mathbf{P}(\mathbf{w}, \mathbf{S}) dD_\xi \quad (7)$$

$dB_\xi, dD_\xi$  分别为计算空间中的表面积分单元与空间积分单元,  $\mathbf{M}$  与  $\mathbf{P}$  取决于流动变量  $\mathbf{w}$  及确定计算空间的矩阵  $\mathbf{S}$ 。在满足流场控制方程约束条件下,气动外形的变化将导致流动变量变分  $\delta \mathbf{w}$  与矩阵变分  $\delta \mathbf{S}$ ,因此目标函数的变化可表示为

$$\delta \mathbf{I} = \int_B \delta \mathbf{M}(\mathbf{w}, \mathbf{S}) dB_\xi + \int_D \delta \mathbf{P}(\mathbf{w}, \mathbf{S}) dD_\xi \quad (8)$$

式中,  $\delta \mathbf{M} = \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \mathbf{w}} \delta \mathbf{w} + \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \mathbf{S}} \delta \mathbf{S}$ ;  $\delta \mathbf{P} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{w}} \delta \mathbf{w} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{S}} \delta \mathbf{S}$ ,进而

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{I} &= \delta \mathbf{I} - \mathbf{0} = \int_B \delta \mathbf{M} dB_\xi + \int_D \delta \mathbf{P} dD_\xi - \\ &\int_D \boldsymbol{\psi}^T \frac{\partial \delta(\mathbf{F}_i - \mathbf{F}_{vi})}{\partial \xi_i} dD_\xi \\ &= \int_B [\delta \mathbf{M} - \mathbf{n}_i \boldsymbol{\psi}^T \delta(\mathbf{F}_i - \mathbf{F}_{vi})] dB_\xi + \\ &\int_D \left[ \delta \mathbf{P} + \frac{\partial \boldsymbol{\psi}^T}{\partial \xi_i} \delta(\mathbf{F}_i - \mathbf{F}_{vi}) \right] dD_\xi \end{aligned} \quad (9)$$

把方程 (9) 空间积分项中流动物理量变分  $\delta \mathbf{w}$  的系数项组合在一起,即得到 Adjoint 方程

$$\frac{\partial \boldsymbol{\psi}^T}{\partial \xi_i} \left( \frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial \mathbf{w}} - \frac{\partial \mathbf{F}_{vi}}{\partial \mathbf{w}} \right) + \left( \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{w}} \right) = 0 \quad (10)$$

本文 Adjoint 方程的求解采取与粘性流 Navier-Stokes 方程的求解类似的方法。对应的 Adjoint 方程边界条件可由方程 (9) 边界积分中流动物理量变

分  $\delta w$  的系数项来得到, 即

$$n_i \psi^T \left( \frac{\partial F_i}{\partial w} - \frac{\partial F_{vi}}{\partial w} \right) = \left( \frac{\partial M}{\partial w} \right) \quad (11)$$

流动控制方程的边界条件约束了 Adjoint 方程边界条件左端项的形式, 即  $M(w, S)$  的数学表达式不能随意选取。假定 Adjoint 变量  $\psi$  是一个任意可微函数,  $\psi$  就可取为使  $\delta I$  中不再出现流动变量变分  $\delta w$  的函数, 这样目标函数梯度就只与变换矩阵变分  $\delta S$  有关, 不再与流动变量变分  $\delta w$  显性相关, 不必重新计算由于设计变量的扰动而引起的流场物理量变分  $\delta w$ 。目标函数变分  $\delta I$  的最终形式

$$\delta I = \int_B \left[ \frac{\partial M}{\partial S} \delta S - n_i \psi^T \left( \frac{\partial F_i}{\partial S} \delta S - \frac{\partial F_{vi}}{\partial S} \delta S \right) \right] dB_\xi + \int_D \left[ \frac{\partial P}{\partial S} \delta S + \frac{\partial \psi^T}{\partial \xi_i} \left( \frac{\partial F_i}{\partial S} \delta S - \frac{\partial F_{vi}}{\partial S} \delta S \right) \right] dD_\xi \quad (12)$$

下面以给定目标压力分布的翼型反设计为例, 给出目标函数的具体表达式

$$I = \int_B \left\{ \frac{1}{2} \tau_{vm}^2 - \tau_{vm} (p - p_d) + \frac{1}{2} (p - p_d)^2 \right\} ds \quad (13)$$

式中  $\tau_{vm}$  为法向粘性应力,  $p$  为设计翼型的表面压力,  $p_d$  为给定的目标压力。通过一系列的数学推导过程, 最终得到梯度求解表达式

$$\begin{aligned} \delta I = & \int_B \left\{ \frac{1}{2} \tau_{vm}^2 - \tau_{vm} (p - p_d) + \frac{1}{2} (p - p_d)^2 \right\} \cdot \\ & \delta(|S_2|) dB_\xi + \\ & \int_B \{ |S_2| \tau_{vm} \sigma_{ij} - |S_2| (p - p_d) \sigma_{ij} \} \delta(n_i n_j) dB_\xi + \\ & \int_B \phi_k p \delta S_{2k} dB_\xi + \int_D \frac{\partial \psi^T}{\partial \xi_i} f_j \delta(S_{ij}) dD_\xi - \\ & \int_B \phi_k \sigma_{kj} \delta S_{2j} dB_\xi - \int_D \frac{\partial \phi_k}{\partial \xi_i} \sigma_{jk} \delta S_{ij} dD_\xi \quad (14) \\ & - \int_D \frac{\partial \phi_k}{\partial \xi_i} S_{ij} \left\{ \mu \left[ \delta \left( \frac{S_{ij}}{J} \right) \frac{\partial u_k}{\partial \xi_i} + \delta \left( \frac{S_{lk}}{J} \right) \frac{\partial u_l}{\xi_i} \right] + \right. \\ & \left. \lambda \left[ \delta_{jk} \delta \left( \frac{S_{lm}}{J} \right) \frac{\partial u_m}{\partial \xi_i} \right] \right\} dD_\xi \\ & - \int_D \frac{\partial \theta}{\partial \xi_i} Q_j \delta S_{ij} dD_\xi \\ & - \int_D \frac{\partial \theta_k}{\partial \xi_i} S_{ij} u_k \left\{ \mu \left[ \delta \left( \frac{S_{ij}}{J} \right) \frac{\partial u_k}{\partial \xi_i} + \delta \left( \frac{S_{lk}}{J} \right) \frac{\partial u_l}{\xi_i} \right] + \right. \\ & \left. \lambda \left[ \delta_{jk} \delta \left( \frac{S_{lm}}{J} \right) \frac{\partial u_m}{\partial \xi_i} \right] \right\} dD_\xi \\ & - \int_D \frac{\partial \theta}{\partial \xi_i} S_{ij} \frac{k}{\gamma - 1} \delta \left( \frac{S_{ij}}{J} \right) \frac{\partial}{\partial \xi_i} \left( \frac{p}{\rho} \right) dD_\xi \end{aligned}$$

( $i, j, k, l, m = 1, 2$ )

## 2 基于 Adjoint 方法的气动优化设计方法

在采用 Adjoint 方法获得目标函数的梯度信息后, 常用的做法是采用最速下降法、BFGS 拟牛顿优化算法<sup>[14]</sup>等进行优化, 优化过程中涉及到步长的选取, 绝大部分基于 Adjoint 方法的优化设计采用常数步长的方法, 是因为采用 Adjoint 方法计算的梯度几乎与设计变量数目无关, 梯度的计算速度快, 取合适的步长目标函数能够很快收敛。但该方法对步长的依赖性大: 步长过大, 会导致目标函数不能收敛到最优解; 步长太小, 会导致收敛过慢, 甚至不能收敛。只有选取合适的步长才可以优化得到最优解。因此本文引入了线搜索方法, 可以自动搜索最优的步长, 克服了传统的取常数步长优化对步长依赖性大的问题, 提高了气动优化设计方法的鲁棒性。

本文基于 Adjoint 方法的气动外形优化设计方法的流程图如图 1 所示。

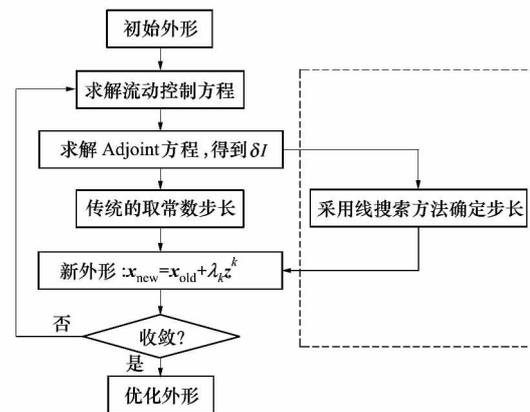


图 1 基于 Adjoint 方法的气动外形优化设计方法的流程图

图中(虚框内)采用的线搜索方法是 Bracket Method,  $z^k = -H_k \delta I$ , Hessian 矩阵  $H_k$  的更新采用 BFGS 拟牛顿优化算法。2.1 节和 2.2 节分别介绍线搜索方法和 BFGS 拟牛顿优化算法。

### 2.1 线搜索方法

本文采用的线搜索方法是 Bracket Method, 该方法是一种得到广泛应用的线搜索方法, 其具体步骤如下:

- 1) 给定初始步长  $s_0$ , 步长的变化量  $ds$ , 常数  $\tau$ ,

设计点  $x^k$  及搜索方向  $z^k$  ,最大搜索步数  $N$ ;

2) 计算  $s_1 = s_0 + ds$  求  $I_1 = I(x^k + s_1 z^k)$  然后计算  $s_2 = s_1 + ds$  及  $I_2 = I(x^k + s_2 z^k)$ ;

3) 判断是否  $I_2 < I_1$ ?若是 转向步骤4) 否则转向步骤5);

4)  $s_3 = s_2/\tau$   $I_3 = I(x^k + s_3 z^k)$  若  $I_3 \geq I_2$  则输出  $s_2$   $I_2$  否则转向步骤6);

5)  $s_3 = s_2\tau$   $I_3 = I(x^k + s_3 z^k)$  若  $I_3 < I_1$  则输出  $s_3$   $I_3$  否则转向步骤7);

6) 若  $n \leq N$  则  $s_2 = s_3$   $I_2 = I_3$   $s_3 = s_2/\tau$   $I_3 = I(x^k + s_3 z^k)$  否则输出  $s_2$   $I_2$ ;

7) 若  $n \leq N$  则  $s_2 = s_3$   $I_2 = I_3$   $s_3 = s_2\tau$   $I_3 = I(x^k + s_3 z^k)$  否则输出  $s_3$   $I_3$ ;

8)  $n = n + 1$  分别转向步骤6)、步骤7)。

### 2.2 BFGS 拟牛顿优化算法

本文采用 BFGS 拟牛顿优化算法迭代更新  $H_k$  , BFGS 拟牛顿优化算法是一种比最速下降法更有效的优化算法<sup>[14]</sup>。该算法由 Boyden、Fletcher、Goldfarb 和 Shanno 四人提出。该算法具有超线性收敛速度,当采用精确线搜索时,对于凸函数具有总体收敛性。

## 3 算例结果与分析

### 3.1 RosenBrock 算例

该算例的优化模型如下

$$\min: f(x) = \sum_{k=1}^{n_v-1} [100(x_{k+1} - x_k^2)^2 + (x_k - 1)^2]$$

$$\text{s. t. } -2 \leq x_k \leq 2, k = 1, 2, \dots, n_v$$

该算例的解析解为  $x^* = (1, \dots, 1)$   $f(x^*) = 0$ 。

图 2a) 表示:  $n_v = 2$  时,采用传统的常数步长  $\lambda = 0.1$  的优化算法得到最优解的运动轨迹,图中“初始”表示第1步求解得到的解(0.2 0),16表示第16步迭代得到的解(0.263 842 0.071 305),70表示第70步迭代得到的解(0.573 394 0.312 679),94表示第94步迭代得到的解(0.836 714 0.696 963),“最终”表示最后1步(第223步)求解得到的解(1.000 000 1.000 000);图 2b) 表示:  $n_v = 2$  时,采用线搜索方法(取步长的变化量  $ds = 0.1$ )的优化算法得到最优解的运动轨迹,图中“初始”表示第1步求解得到的解(0.201 587 0),5表示第5步迭代得到的解(0.278 449 0.084 337),10表示第10步迭代得到的解(0.450 998 0.183 779),14表示第14步迭代得到的解(0.852 194 0.719 299),“最终”表示最后1步(第18步)函数值总共计算第174次)求解得到的解(1.000 000 1.000 000)。图 2c) 表示  $n_v = 2$  时,采用线搜索方法(取步长的变化量  $ds = 0.1$ )的优化算法得到最优解随总的计算次数的运动轨迹,从图 2 可以看出:采用传统的常数步长和线搜索方法,优化算法得到的解都与解析解完全一致,后者总的函数值计算次数比前者少,提高了优化的效率。图 3 至图 5 分别表示:  $n_v = 2$ 、 $n_v = 10$  和  $n_v = 100$  采用传统的常数步长和线搜索方法,取不同步长常数步长  $\lambda$  和不同的步长变化量  $ds$  时,目标函数随迭代步数的变化及目标函数随着总的函数值计算次数的变化。该算例从理论上说明:采用线搜索方法的优化算法几乎不依赖于给定的步长,从而体现了采用线搜索方法的优化算法的高效性和鲁棒性。

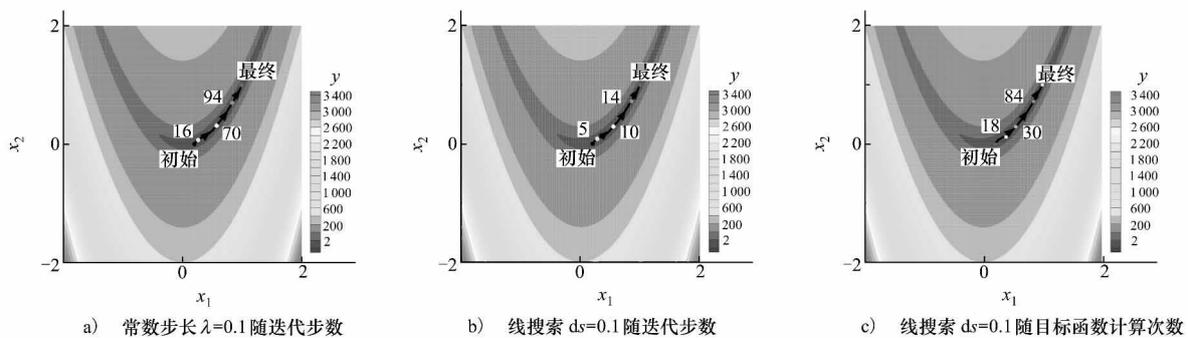


图 2  $n_v = 2$  最优解的运动轨迹

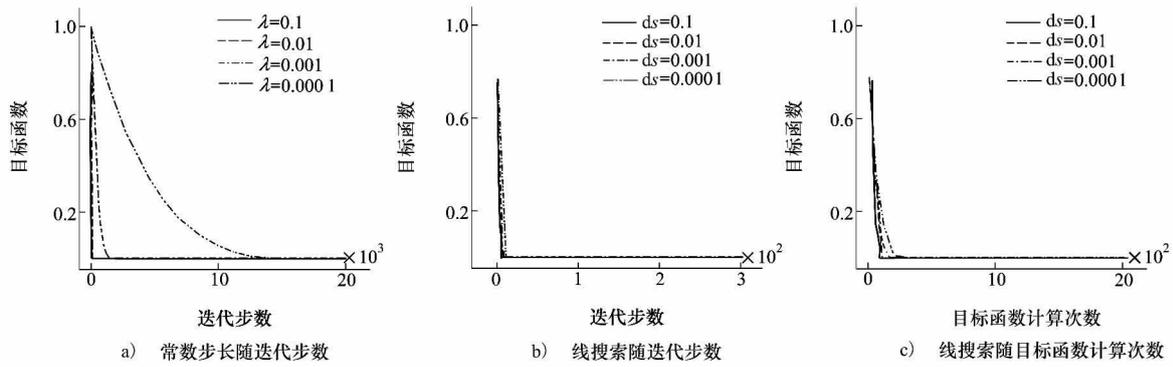


图 3  $n_v = 2$  ,目标函数的收敛历程

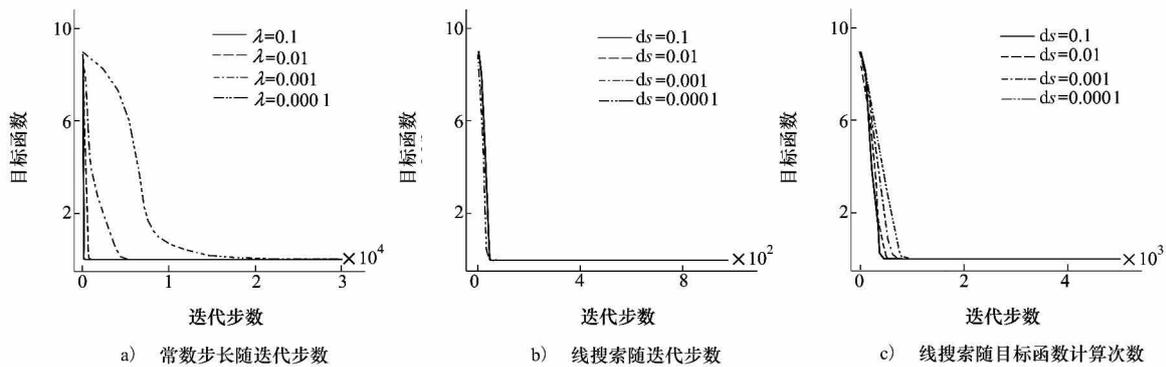


图 4  $n_v = 10$  ,目标函数的收敛历程

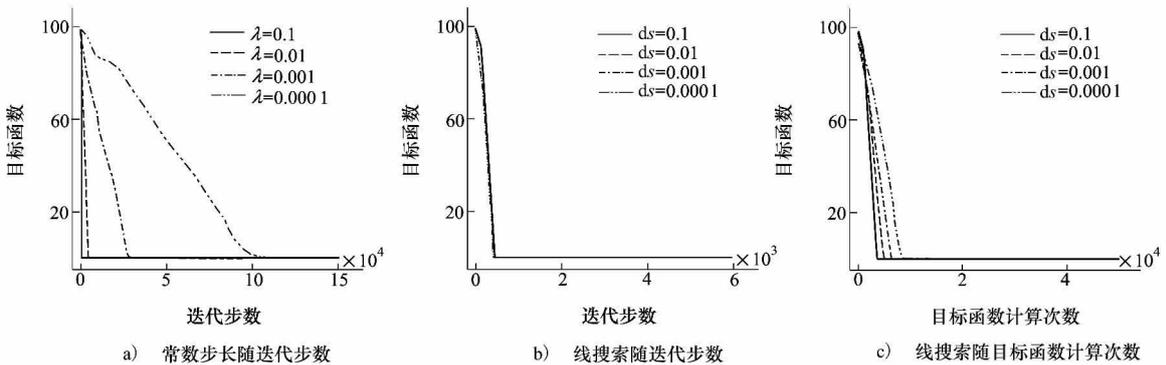


图 5  $n_v = 100$  ,目标函数的收敛历程

### 3.2 翼型压力分布反设计

本文采用 N-S 方程数值模拟翼型粘性绕流,计算使用的 C 型网格如图 6 所示,网格量:  $208 \times 64$ 。反设计中,使用 46 个设计变量,上下表面各分布 23 个设计变量。分别比较研究了传统的常数步长和利用线搜索方法确定最优步长 2 种方法。其中,采用线搜索方法进行翼型的设计时,取最大搜索步数  $N = 5$ 。文献 [1] 指出,求解 Adjoint 方程和 N-S 方程

的计算量相当,因此文中方程的求解次数定义为 N-S 方程和 Adjoint 方程求解次数之和。

#### 3.2.1 RAE2822 翼型

采用 NACA0012 翼型为初始外形,RAE2822 翼型为目标进行翼型的压力分布反设计研究。其中,NACA0012 是对称翼型,RAE2822 是具有后加载的亚临界翼型,两者的几何外形相差较大,该设计实例是检验基于 Adjoint 方法的翼型反设计方法的典型

算例。设计状态:马赫数为 0.73,迎角为  $2.0^\circ$ ,雷诺数为  $6.5 \times 10^6$ 。图7、图8给出了常数步长(取不同的步长  $\lambda$ )和线搜索方法(取不同的步长变化量  $ds$ )时,目标函数随迭代步数的变化以及目标函数随方程求解次数的收敛历程。从图7a)和图7c)可以看出:取不同的常数步长时,目标函数的收敛性差别比较大,取步长  $\lambda = 0.005$  时,目标函数不能收敛到最优解,常数步长  $\lambda = 0.001$  时,目标函数的收敛性最

好,应用此方法对步长选取的限制较大,只有选取合适的步长,才能保证收敛并得到最优解。从图7b)和图8可以看出:采用线搜索方法,目标函数均下降了2个多量级,目标函数的收敛性对步长变化量的依赖性变小。步长的变化量  $ds = 0.001$  时,目标函数的收敛性最好,优化设计方法的鲁棒性得到了提高。图9a)给出了常数步长  $\lambda = 0.001$ 、采用线搜

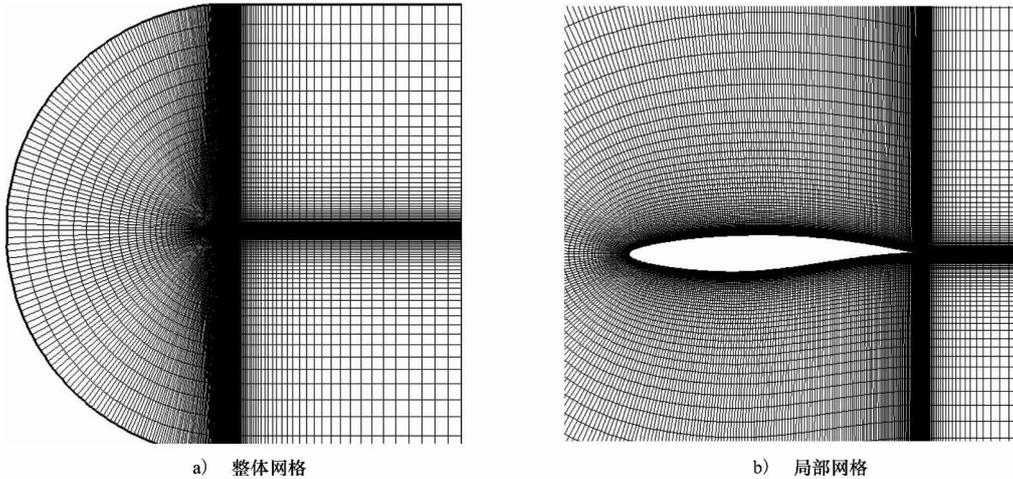


图6 翼型计算网格示意图

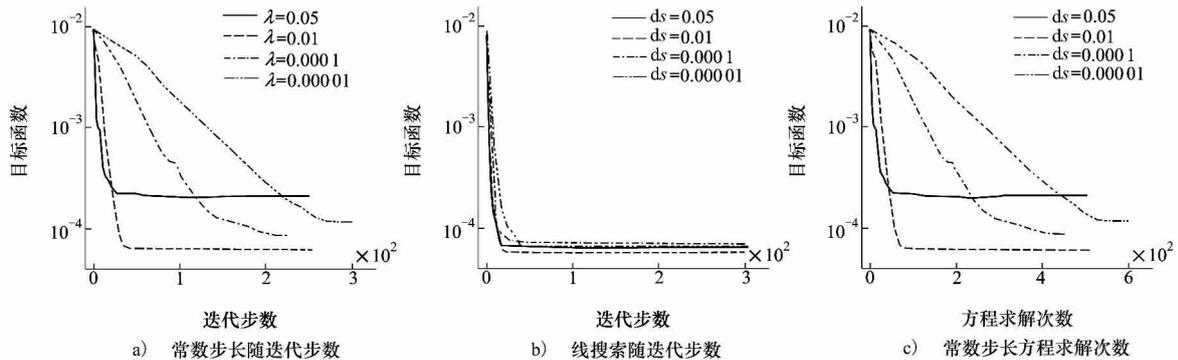


图7 由 NACA0012 翼型设计 RAE2822 翼型,目标函数的收敛历程

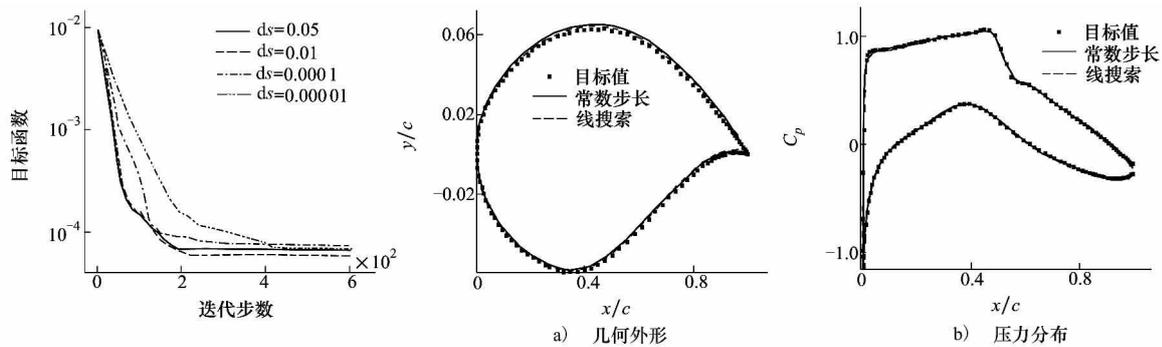


图8 目标函数随方程求解次数的变化(线搜索)

图9 常数步长与线搜索方法的反设计结果比较(RAE2822 翼型反设计)

索方法取步长的变化量  $ds = 0.001$  时最终设计翼型与目标翼型的对比, 相应的最终设计压力分布与目标压力分布的对比见图 9b), 可见最终设计的翼型和压力分布都与目标值吻合。

### 3.2.2 DU 91-W2-250 翼型

采用 NACA0012 翼型为初始外形, DU 91-W2-250 翼型为目标进行翼型的压力分布反设计研究。DU 91-W2-250 翼型是相对厚度为 25% 的风力机翼型, 被广泛应用于多种风力发电叶片中。设计状态: 马赫数为 0.15, 迎角为  $3^\circ$ , 雷诺数为  $3.0 \times 10^6$ 。图 10 至图 11 给出了常数步长(取不同的步长  $\lambda$ ) 和线搜索方法(取不同的步长变化量  $ds$ ) 时, 目标函数随迭代步数和方程求解次数的收敛历程。从图 10a) 和图 10c) 可以看出: 取不同的常数步长时, 目标函

数的收敛性差别比较大, 常数步长  $\lambda = 0.005$  时, 目标函数不能收敛到最优解, 常数步长  $\lambda = 0.001$  时, 目标函数的收敛性最好, 应用此方法对步长选取的限制较大, 只有选取合适的步长, 目标函数才能保证收敛并得到最优解。从图 10b) 和图 11 可以看出: 采用线搜索方法, 目标函数均下降了近 3 个量级, 目标函数的收敛性对步长变化量的依赖性变小, 采用线搜索方法, 取步长的变化量  $ds = 0.005$  时, 目标函数的收敛性最好, 优化设计方法的鲁棒性得到了提高。图 12a) 给出了常数步长  $\lambda = 0.001$  时、采用线搜索方法取步长的变化量  $ds = 0.005$  时最终设计翼型与目标翼型的对比, 相应的最终设计压力分布与目标压力分布的对比分别见图 12b), 可见最终设计的翼型和压力分布都与目标值吻合。

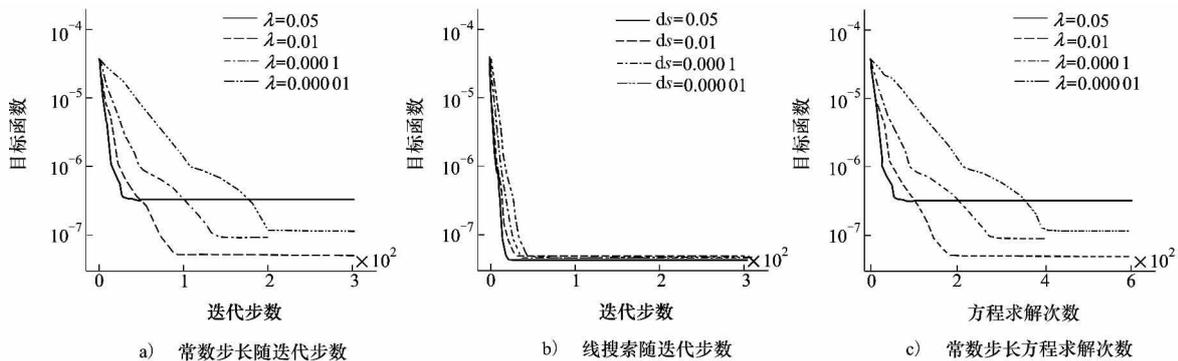


图 10 由 NACA0012 翼型设计 DU91-W2-250 翼型, 目标函数的收敛历程

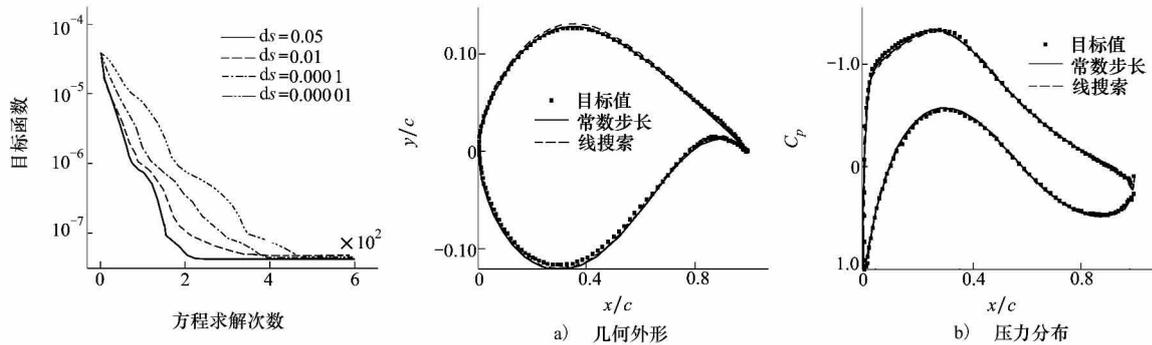


图 11 目标函数随方程求解次数的变化(线搜索)

图 12 常数步长与线搜索方法的反设计结果比较 (DU91-W2-250 翼型反设计)

## 4 结 论

通过引入线搜索方法提高了基于 Adjoint 方法

的翼型气动优化设计方法的鲁棒性。首先通过数值算例验证了线搜索方法提高梯度优化算法鲁棒性的思想, 然后以亚临界翼型 RAE2822 和风力机翼型 DU 91-W2-250 为例, 进行了反设计研究。设计结果

表明:通过线搜索方法自动寻找最优的步长,解决了传统的取常数步长优化对步长选取限制的问题,使得优化方法对步长的依赖性变小,提高了优化方法

的鲁棒性;研究成果能够推广到机翼、翼身组合体等复杂外形的气动优化设计中。

## 参考文献:

- [1] Jameson A. Control Theory Based Airfoil Design Using the Euler Equations. AIAA-1994-4272
- [2] Anderson W K, Venkatakrishnan V. Aerodynamic Design Optimization on Unstructured Grids with a Continuous Adjoint Formulation. AIAA-1997-0643
- [3] Elliott J, Jaime P. Aerodynamic Design Using Unstructured Mesh. AIAA-1996-1941
- [4] Kim S, Juan J, Alonson J J, Jameson A. Two-Dimensional High-Lift Aerodynamic Optimization Using the Continuous Adjoint Method. AIAA-2000-4741
- [5] Kim S, Hosseini K, Leoviriyakit K, Jameson A. Enhancement of Adjoint Design Methods via Optimization of Adjoint Parameters. AIAA-2005-448
- [6] 唐智礼, 黄明恪. 基于控制理论的 Euler 方程翼型减阻优化设计. 空气动力学学报, 2001, 19(3): 262-270  
Tang Zhili, Huang Mingke. Control Theory Based Airfoil Drag Reduction Optimization Design Using Euler Equations. Acta Aerodynamica Sinica, 2001, 19(3): 262-270 (in Chinese)
- [7] 周铸, 陈作斌. 基于 N-S 方程的翼型气动优化设计. 空气动力学学报, 2002, 20(2): 141-149  
Zhou Zhu, Chen Zuobin. Aerodynamic Shape Optimization Design of Airfoil Based on Navier-Stokes Equations. Aerodynamica Sinica, 2002, 20(2): 141-149 (in Chinese)
- [8] 杨旭东, 乔志德, 朱兵. 基于控制理论和 NS 方程的气动设计方法研究. 空气动力学学报, 2005, 23(1): 46-52  
Yang Xudong, Qiao Zhide, Zhu Bing. Aerodynamic Design Method Based on Control Theory and Navier-Stokes Equations. Aerodynamica Sinica, 2005, 23(1): 46-52 (in Chinese)
- [9] 杨旭东, 乔志德, 朱兵. 气动/几何约束条件下翼型优化设计的最优控制理论方法. 计算物理, 2006, 23(1): 66-72  
Yang Xudong, Qiao Zhide, Zhu Bing. An Optimal Control Method for Aerodynamic Design of Airfoil with Multi-Constraint Conditions. Chinese Journal of Computational Physics, 2006, 23(1): 66-72 (in Chinese)
- [10] 熊俊涛, 乔志德, 杨旭东, 韩忠华. 基于粘性伴随方法的跨声速机翼气动优化设计. 航空学报, 2007, 28(2): 281-285  
Xiong Juntao, Qiao Zhide, Yang Xudong, Han Zhonghua. Aerodynamic Shape Optimization Design of Transonic Wing Based on Viscous Adjoint Method. Journal of Aeronautics, 2007, 28(2): 281-285 (in Chinese)
- [11] 左英桃, 高正红, 詹浩. 基于 N-S 方程和离散共轭方法的气动设计方法研究. 空气动力学学报, 2009, 27(1): 67-72  
Zuo Yingtao, Gao Zhenghong, Zhan Hao. Aerodynamic Design Method Based on Navier-Stokes Equations and Discrete Adjoint Approach. Aerodynamica Sinica, 2009, 27(1): 67-72 (in Chinese)
- [12] 王龙, 宋文萍, 杨旭东. 一种基于伴随方程攻角不变的多目标优化减阻方法. 西北工业大学学报, 2012, 30(1): 68-72  
Wang Long, Song Wenping, Yang Xudong. A New and Effective Method of Multi-Objective Drag Reduction with Fixed Angle of Attack Based on the Adjoint Equation. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2012, 30(1): 68-72 (in Chinese)
- [13] Han Zhonghua. Improving Adjoint-Based Aerodynamic Optimization via Gradient-Enhanced Kriging. AIAA-2012-0670
- [14] 袁亚湘, 孙文俞编著. 最优化理论与方法. 北京: 科学出版社, 1999, 219-238  
Yuan Yaxiang, Sun Wenyu. Optimization Theory and Method. Beijing: Science Press, 1999, 219-238 (in Chinese)

## Improving Robustness of Adjoint-Based Airfoil Optimization Design

Fan Yanhong , Song Wenping , Han Zhonghua

( National Key Laboratory of Science and Technology on Aerodynamic Design and Research ,  
Northwestern Polytechnical University , Xi'an 710072 , China )

**Abstract:** By introducing the line search method , the robustness of the adjoint-based airfoil optimization design method is improved. For a given objective function , its corresponding adjoint equations , boundary conditions and the gradient expression in the body-fitted coordinate system are derived. In the optimization process , the gradient of the objective function is obtained by solving the flow equations and the adjoint equations , and for the traditional adjoint-based optimization method , a constant step is used , while in this research , the line search method is introduced to obtain the optimal step. The results illustrate that it can automatically find the optimal step , and overcome the restriction imposed by the choice of user-defined constant step , which is used in the traditional adjoint-based optimization method , thus improving the robustness of the adjoint-based airfoil optimization design method.

**Key words:** aerodynamics , airfoils , algorithms , design , efficiency , flowcharting , iterative methods , Navier Stokes equations , pressure distribution , reverse engineering , robustness( control systems) , shape optimization , viscous flow; adjoint method , gradient , line search method

### 《西北工业大学学报》最近 9 期共有 146 个 2001 年以后的 Ei 主题词

校学报参考资料 2013 -04 期(总 1141 期)报道 2012 年校学报 6 期共有 99 个 Ei Thesaurus , Revised , 6th Edition 2001 年以后的主题词。2013 年上半年末 9 期(2012 年 6 期及 2013 年上半年 3 期)学报共有 146 个 2001 年以后的 Ei 主题词 增加 47 个 ,大大地出乎意外。2013 年上半年 3 期 除新增的 47 个以外 还有 29 个是重复 2012 年 99 个中的 因此 2013 年上半年 3 期共有 76 个 2001 年以后的 Ei 主题词!

9 期学报(2012 年 6 期及 2013 年上半年 3 期)的 146 个 Ei 主题词中 只有 28 个各在 3 篇以上的论文中出现。

6 个 Ei 主题词在 6 篇以上的论文中出现。unmanned aerial vehicles( UAV) 在 14 篇中出现。MATLAB 在 12 篇中出现。constrained optimization 在 9 篇中出现。wireless sensor networks 在 8 篇中出现。sliding mode control 在 7 篇中出现。flow fields 在 6 篇中出现。

出现在 5 篇论文中有 6 个 Ei 主题词: computational efficiency , flight control systems , multiobjective optimization , particle swarm optimization( PSO) , reliability analysis , variable structure control。

出现在 4 篇论文中的有 4 个 Ei 主题词: autonomous underwater vehicles , drag reduction , image fusion , quality of service。

出现在 3 篇论文中的有 12 个 Ei 主题词: brushless DC motors , conceptual design , controllers , direction of arrival , frequency bands , hypersonic vehicles , orthogonal frequency division multiplexing , pulse detonation engines , routing algorithms , routing protocols , support vector machines , transient analysis。

胡沛泉  
2013 年 8 月