https://doi.org/10.1051/jnwpu/20224020458

执行器跳变故障的失效卫星轨迹跟踪控制

路阳1,2,蔡彬2,乔道鹏2,付艳明1,张卯瑞1

(1.哈尔滨工业大学 控制理论与制导技术研究中心,黑龙江 哈尔滨 150001;) (2.北京电子工程总体研究所,北京 100854

摘 要:研究了执行器跳变故障的失效卫星轨迹跟踪控制问题,提出了具有跳变控制输入的模型参考 跟踪控制器设计方法。结合随机稳定和模型参考跟踪定义,给出了失效卫星轨迹跟踪控制的问题描述。同时考虑系统存在扰动以及推力受限情形,利用线性矩阵不等式方法和非齐次广义 Sylvester 矩 阵方程的参数化解方法,分别设计了对干扰具有抑制效果的鲁棒 H_a 状态反馈控制律和完全参数化形 式的前馈补偿器。将所提出的方法应用于卫星在轨交会控制系统的控制器设计,仿真结果验证了所 提方法的有效性。

关 键 词:跳变故障;失效卫星;模型参考跟踪;参数化方法 中图分类号:V412.1 **文献标志码:**A **文章编号:**1000-2758(2022)02-0458-07

在轨卫星在运行时,系统元部件不可避免地会 出现故障情况,从而导致卫星失效。将在轨失效的 卫星捕获后进行修复或者燃料加注等操作,可以提 升其工作效率,这对卫星产业的可持续发展具有重 要意义[1-2]。与失效卫星进行交会对接是实现上述 在轨操作的关键性技术,对该问题的研究已经成为 一个热点。目前,国内外学者对这一问题展开了一 系列研究。文献[3]利用参量 Lyapunov 方程,设计 了交会过程中执行器受限情况下的控制器,其目的 是改变系统的增益以改善系统的动态性能。文献 [4]针对卫星近距离段交会对接过程中的姿轨耦合 控制问题,利用滑模自适应控制方法设计了一类六 自由度姿轨一体化控制器。文献[5]考虑卫星在拦 截任务过程中,系统所面临的参数不确定性和干扰 情形,设计了使系统鲁棒稳定的控制器。文献[6] 研究了防止碰撞约束下最小能量的连续推力交会对 接。文献[7]研究了近地轨道电磁卫星编队飞行中 的控制问题,提出了一种自适应控制律使得编队可 以保持和重构。文献[8]考虑卫星沿椭圆轨道运行 时的近距离交会轨迹安全问题。

当在轨运行卫星的执行部件发生故障时,可能

会使得系统失稳,从而增加控制难度。本文以文献 [9]中卫星轨迹跟踪控制的参数化方法为基础,提 出了跳变控制输入的方法来解决这一问题。该方法 基于 Markov 跳变系统,利用 Markov 跳变性质的输 入,对执行器发生故障的卫星进行轨道控制。有关 Markov 跳变系统方面的研究,文献[10]研究了 Takagi-Sugeno(T-S)模糊型跳变系统的保性能控制问 题。文献[11]研究了带有乘性噪声和具有 Markov 跳变参数的随机离散周期系统的鲁棒控制问题。文 献[12]研究了跳变系统的二次型稳定性问题,并且 给出了其在 RLC 电子电路中的应用。文献 [13] 对 含有有限能量干扰的 Markov 跳变系统进行了研究, 给出了此类跳变系统的模型跟踪控制问题的一种有 效解法。文献[14]研究了系统含随机扰动以及转 移概率未知但是有界情况下离散跳变系统的 H_ 控 制问题,以LMI的形式求解了状态反馈控制器。

Markov 跳变系统具有随机特性并且易于建模, 当卫星执行器发生跳变故障时可以用 Markov 跳变 理论进行建模。在卫星的相对轨道控制中加入具有 Markov 跳变性质的控制输入,就可以在可控的情形 下对卫星的相对轨道运动进行控制。

收稿日期:2019-11-13

作者简介:路阳(1987—),哈尔滨工业大学博士研究生,主要从事鲁棒控制、卫星姿态与轨道控制研究。

(1)

综上所述,本文提出了执行器跳变故障的失效 卫星轨迹跟踪控制问题,并将所设计的控制器应用 于卫星在轨交会任务中,给出了相应的仿真结果与 分析。

1 问题描述

考虑在圆轨道运行的卫星,当其执行器发生跳 变故障时,描述卫星近距离相对运动模型将变为如 下形式

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}(\boldsymbol{\gamma}(t))\boldsymbol{u}(t) + \boldsymbol{M}(\boldsymbol{\gamma}(t))\boldsymbol{d}(t) \\ \boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t) \end{cases}$$

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\omega \\ 0 & -\omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3\omega^2 & -2\omega & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

矩阵中的 ω 是目标卫星的轨道角速度。 $d(t) \in L_2[0,\infty)$ 是扰动信号, $M(\gamma(t))$ 是扰动矩阵。 $\{\gamma(t),t \ge 0\}$ 表示与执行器故障模态相关的 Markov 随机过程,该随机过程在有限可数集 $S = \{1, 2, \dots, N\}$ 中取值,S 为故障可能出现的模态集合。 故障模态的转移概率 Λ 为

$$\Pr\{\gamma(t+h) = j \mid \gamma(t) = i\} = \begin{cases} \lambda_{ij}h + o(h), \ i \neq j \\ 1 + \lambda_{ij}h + o(h), \ i = j \end{cases}$$

式中:h > 0; $\lim_{h \to 0} \frac{o(h)}{h} = 0$; λ_{ij} 表示从模态i跳变到模态j的转移概率, 当 $i \neq j$ 时, 有 $\lambda_{ij} \ge 0$, $\lambda_{ii} =$

$$-\sum_{j=1,i\neq j}^{N}\lambda_{ij}\circ$$

引入如下形式的矩阵来描述卫星执行器的故障 情况

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{\gamma}(t)) = \operatorname{diag}(f_{i1}, f_{i2}, f_{i3})$$

式中: $0 \leq f_u \leq 1$,(l=1,2,3分别表示x,y,z方向); 当执行器处于模态 $\gamma(t)=i$ 时,定义 $f_u = 0$ 表示l方向 执行器完全失效; $0 < f_u < 1$ 表示l方向执行器部分 失效,但是仍能工作; $f_{il} = 1$ 表示l方向执行器正常。 带有 Markov 跳变特性的输入矩阵 $B(\gamma(t))$ 为

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{\gamma}(t)) = \boldsymbol{B}\boldsymbol{F}(\boldsymbol{\gamma}(t))$$

式中

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$$

考虑失效卫星系统(1),在状态反馈控制的作 用下,其闭环系统为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}_i^* \boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{M}_i d\\ \boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{C} \boldsymbol{x}(t) \end{cases}$$
(2)

当其故障模态处于 $\gamma(t) = i$ 时,为了书写方便记

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{\gamma}(t)) = \boldsymbol{M}_i, \ \boldsymbol{B}(\boldsymbol{\gamma}(t)) = \boldsymbol{B}_i, \ \boldsymbol{K}(\boldsymbol{\gamma}(t)) = \boldsymbol{K}_i,$$

 $\boldsymbol{A}_{i}^{*} = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}_{i}\boldsymbol{K}_{i}$

K;是使得系统(2)随机稳定的状态反馈增益矩阵。

定义1 考虑失效卫星系统(2),若对所有初始 条件 $x(0) = x_0$ 和 $y(0) = y_0 \in S$,有不等式

$$\int_{0}^{\infty} \mathbf{E} \{ \| \boldsymbol{x}(t) \|^{2} \} dt < \infty$$

成立,则称系统(2)是随机稳定的。

定义 2 给定标量 r > 0,如果对任意非零干扰 $d \in L_2[0,\infty)$,卫星系统(2) 是随机稳定的且在零 初始条件下,干扰 d 到输出 y 的传递函数满足

$$\|G_{yd}(s)\|_{\infty} < r$$
 (3)
成立,则称该系统是随机稳定的并且满足 H_{∞} 性能
指标 r_{\circ}

本文主要研究失效卫星近距离轨迹跟踪控制问题,其要求是闭环系统随机稳定且能够实现对给定 信号的跟踪,因此,可将该问题归为一个模型参考跟 踪控制问题。通常情况下,参考信号可由以下线性 连续参考模型系统生成

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_{m}(t) = \mathbf{A}_{m}\mathbf{x}_{m}(t) \\ \mathbf{y}_{m}(t) = \mathbf{C}_{m}\mathbf{x}_{m}(t) \end{cases}$$
(4)

式中: $\mathbf{x}_m(t) \in \mathbf{R}^{3\times 1}$ 和 $\mathbf{y}_m(t) \in \mathbf{R}^{3\times 1}$ 分别是参考模型系统的状态向量和输出向量; **R** 表示实空间; \mathbf{A}_m 和 \mathbf{C}_m 是给定的相应维数的系统矩阵。

面向失效卫星的相对轨道跟踪控制问题:给定 失效卫星系统(1)和参考模型(4),设计反馈加前馈 形式的控制器

$$u(t) = \mathbf{K}_{i}\mathbf{x}(t) + \mathbf{K}_{mi}\mathbf{x}_{m}(t)$$
(5)

式中, $K_m(\gamma(t)=i) = K_{mi}$ 是前馈补偿器的增益矩阵, 使得

1) 卫星系统(2) 是随机稳定的;

2) 输出向量 y(t) 在均方意义下跟踪上参考模型的输出 $y_m(t)$,也就是对任意初值 x(0), $x_m(0)$ 和 $\gamma(0)$ 使得如下不等式成立

$$\int_{0}^{\infty} \mathbf{E} \left\{ \| \mathbf{y}(t) - \mathbf{y}_{m}(t) \|^{2} \right\} dt < \infty$$

2 主要结果

2.1 模型参考跟踪控制器的存在条件

文献[9]给出了执行器正常情形下的控制器存 在条件,本文将该条件推广到了执行器发生跳变故 障情形。以下是执行器发生跳变故障时的控制器存 在条件。

推论1控制器有解的充要条件是:在失效卫星 系统(2)是随机稳定的前提下,存在矩阵 $G_i \in \mathbb{R}^{6\times 3}$ 和 $H_i \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ (*i* = 1,2,...,*N*)满足下面的矩阵方程 组

$$\begin{cases} AG_i + B_iH_i = G_iA_m \\ CG_i = C_m \end{cases}$$
(6)

则前馈补偿增益矩阵可表示为

$$\boldsymbol{K}_{mi} = \boldsymbol{H}_i - \boldsymbol{K}_i \boldsymbol{G}_i \tag{7}$$

由控制器的形式(5)可知,需设计状态反馈控制律和前馈补偿器。下面对状态反馈控制律和前馈 补偿器分别进行设计。

2.2 鲁棒 H " 状态反馈控制律设计

定理1 在卫星系统(2)当中,如果存在一组依赖于故障模态*i*的矩阵 *W_i*和对称正定矩阵 *X_i*, *i* = 1,2,…,*N*,满足如下线性不等式成立

$$\begin{bmatrix} -\Delta_{i} & * & * & * \\ \Gamma_{i} & \Phi_{i} & * & * \\ 0 & M_{i}^{\mathrm{T}} & -r^{2}I & * \\ 0 & CX_{i} & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \qquad (8)$$

式中:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Phi}_{i} = \boldsymbol{A}_{i}\boldsymbol{X}_{i} + \boldsymbol{X}_{i}\boldsymbol{A}_{i}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{B}_{i}\boldsymbol{W}_{i} + \boldsymbol{W}_{i}\boldsymbol{B}_{i}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{\lambda}_{ii}\boldsymbol{X}_{i} \\ \boldsymbol{\Delta}_{i} = \operatorname{diag}\left[\boldsymbol{X}_{i}, \cdots, \boldsymbol{X}_{i-1}, \boldsymbol{X}_{i+1}, \cdots, \boldsymbol{X}_{s}\right] \\ \boldsymbol{\Gamma}_{i} = \left[\sqrt{\lambda_{i1}}\boldsymbol{X}_{i}, \cdots, \sqrt{\lambda_{i,i-1}}\boldsymbol{X}_{i}, \sqrt{\lambda_{i,i+1}}\boldsymbol{X}_{i}, \cdots, \sqrt{\lambda_{is}}\boldsymbol{X}_{i}\right] \end{cases}$$

$$\tag{9}$$

则卫星系统(2)是随机稳定的并且满足 H_{∞} 干扰抑制指标(3)。那么相应的状态反馈控制器的增益矩阵可选为 $K_i = W_i X_i^{-1}$ 。

证明 当系统(2)的干扰不为零时,为了得到 卫星的 H_a性能指标,定义变量 三

$$\boldsymbol{\Xi} = \mathrm{E}\left\{\int_{0}^{\infty} \left[\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y} - r^{2}\boldsymbol{d}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{d}\right] \mathrm{d}t\right\}$$
(10)

选取依赖于故障模态 i 的 Lyapunov 函数 $V_i = \mathbf{x}^T P_i \mathbf{x}$, 在零初始条件下,由 $V_i \mid_{i=0} = 0$ 可得

$$\Xi \leq \mathbf{E} \left\{ \int_{0}^{\infty} \left[\mathbf{y}^{\mathrm{T}} \mathbf{y} - r^{2} \mathbf{d}^{\mathrm{T}} \mathbf{d} + \dot{V}_{i} \right] \mathrm{d}t \right\} = \mathbf{\zeta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Phi}_{i} \mathbf{\zeta} \mathrm{d}t$$
成立。其中

$$\boldsymbol{\Psi}_{i} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C} + (\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}_{i}\boldsymbol{K}_{i})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{i} + \boldsymbol{P}_{i}(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}_{i}\boldsymbol{K}_{i}) + \sum_{j=1}^{n} \lambda_{ij}\boldsymbol{P}_{j} & * \\ \boldsymbol{M}_{i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{i} & -r^{2}\boldsymbol{I} \end{bmatrix}$$

 $\boldsymbol{\mathcal{I}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{r}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{d}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$

显然 $\Psi_i < 0$ 可以保证 $\Xi < 0$,从而得到干扰 d 到输 出 y 的传递函数满足 $\|G_{yd}(s)\|_{\infty} < r_{\circ}$ 由 Schur 补引 理可知, $\Psi_i < 0$ 等价于

$$\begin{bmatrix} (A + B_i K_i)^{\mathrm{T}} P_i + P_i (A + B_i K_i) + \sum_{j=1}^n \lambda_{ij} P_j & * & * \\ M_i^{\mathrm{T}} P_i & -r^2 I & * \\ C & 0 & -I \end{bmatrix} < 0$$
(11)

接下来做一个变量代换,记 $X_i = P_i^{-1}, W_i = K_i P_i^{-1}, \forall (11)$ 式左右各乘 diag (X_i, I, I) ,应用 Schur补引理,可得如下不等式成立

 $\begin{vmatrix} -\Delta_{i} & * & * & * \\ \Gamma_{i} & \Phi_{i} & * & * \\ 0 & M_{i}^{\mathrm{T}} & -r^{2}I & * \\ 0 & CX_{i} & 0 & -I \end{vmatrix} < 0$

式中, Φ_i , Δ_i 和 Γ_i 如(9) 式定义, 由 $W_i = K_i P_i^{-1}$, 可得 $K_i = W_i X_i^{-1}$ 。证毕。

进一步,考虑到卫星控制中存在输入上限的约 束,为保证系统正常工作,定义约束条件

$$\| u(t) \|_2 \le u_{\max} \tag{12}$$

式中, *u*_{max} 是系统的最大控制输入,表示卫星的执行 器能够提供的最大加速度。基于输入受限的失效卫 星 *H*_x 状态反馈控制律由以下定理给出。

定理2 卫星系统(2) 是 H_x 随机稳定的并且 同时满足(12) 式的充分条件是存在一组依赖于故 障模态 i 的对称正定矩阵 X_i 和一组矩阵 W_i ,满足如 下 LMI 条件

$$\begin{bmatrix} \rho \boldsymbol{I} & \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(0) \\ \boldsymbol{x}(0) & \boldsymbol{X}_{i} \end{bmatrix} \ge 0$$
 (13)

$$\begin{bmatrix} u_{\max}^2 I & W_i \\ W_i^{\mathrm{T}} & \frac{1}{\rho} X_i \end{bmatrix} \ge 0$$
 (14)

$$\begin{bmatrix} -\Delta_{i} & * & * & * \\ \Gamma_{i} & \Phi_{i} & * & * \\ 0 & M_{i}^{\mathrm{T}} & -r^{2}I & * \\ 0 & CX_{i} & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \qquad (15)$$

式中, *ρ* 为给定的正数。此时, 相应的状态反馈控制 律的增益矩阵可表示为

$$\boldsymbol{K}_i = \boldsymbol{W}_i \boldsymbol{X}_i^{-1} \tag{16}$$

证明 关于(15)式和控制器(16)式的证明,定 理1已给出证明,这里不再赘述。参照文献[15]中 的相关定理直接给出另外2组LMI条件(13)式和 (14)式的证明。

对每一个模态 i 定义一个 Lyapunov 函数 $V_i(x(t)) = \mathbf{x}^{\mathsf{T}}(t)P_i\mathbf{x}(t)$,考虑输入约束条件(12), 假设初始条件满足 $\mathbf{x}^{\mathsf{T}}(0)P_i\mathbf{x}(0) \leq \rho, \rho$ 为一个给定 正值。则对于t > 0有

$$\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)P_{i}\boldsymbol{x}(t) \leq \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(0)P_{i}\boldsymbol{x}(0) \leq \boldsymbol{\rho} \qquad (17)$$

$$\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{u}(t) = \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{K}_{i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_{i}\boldsymbol{x}(t) \leq u_{\max}^{2} \quad (18)$$

联合(17)和(18)式,由 Schur 补引理可以得到

$$\begin{bmatrix} u_{\max}^2 I & \mathbf{K}_i \\ \mathbf{K}_i^{\mathrm{T}} & \frac{1}{\rho} P_i \end{bmatrix} \ge 0$$
 (19)

同样根据 Schur 补引理,初始条件 $\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(0)P_{i}\mathbf{x}(0) \leq \rho$ 可以写为

$$\begin{bmatrix} \rho I & \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(0) \\ \boldsymbol{x}(0) & P_{i}^{-1} \end{bmatrix} \ge 0$$
 (20)

然后同定理 1 的证明过程, 记 $X_i = P_i^{-1}$, $W_i = K_i P_i^{-1}$, 则(20) 式可以转化为(13) 式的形式, 在(19) 式左 右两边同乘矩阵 diag(I, X_i), 可得到(14) 式的形 式。证毕。

在对干扰抑制过程中,总希望有最好的抑制效 果,所以在状态反馈控制律的设计过程中,需要在满 足定理2中LMI条件的情况下,尽量找到干扰抑制 界r的最小值。关于r的求解由以下推论给出。

推论2 卫星系统(2) 是随机稳定的并且对干 扰抑制界 *r* 的求解,可转化为如下优化问题:

s.t.
$$\begin{cases} \min & r \\ X_i > 0 \\ (13) \sim (15) \end{cases}$$
 (21)

此时状态反馈控制器的增益矩阵可表示为(16)式 的形式。

2.3 前馈补偿器的设计

前馈补偿器的作用是满足对给定信号的跟踪。 文献[16]通过对非齐次广义 Sylvester 矩阵方程组 的求解,获得了前馈补偿器的参数化表达形式。这 部分参照文献[16]当中对前馈补偿器的求解方法, 类似地可以得到矩阵 G_i 和 $H_i(i = 1, 2, ..., N)$ 的一 组参数化通解表达式为

$$\begin{cases} \boldsymbol{G}_{i} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{C}^{-} \boldsymbol{C}_{m}) \left(\sum_{j=0}^{\alpha} N_{j} \boldsymbol{Z}_{i} \boldsymbol{A}_{m}^{j} + \sum_{j=0}^{\alpha} U_{j} \boldsymbol{J}_{i} \boldsymbol{A}_{m}^{j} \right) + \boldsymbol{C}^{-} \boldsymbol{C}_{m} \\ \boldsymbol{H}_{i} = \sum_{j=0}^{\alpha} D_{j} \boldsymbol{Z}_{i} \boldsymbol{A}_{m}^{j} + \sum_{j=0}^{\alpha} Q_{j} \boldsymbol{J}_{i} \boldsymbol{A}_{m}^{j} \end{cases}$$

$$(22)$$

式中,矩阵 $Z_i \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ 是任意参数矩阵,代表参数化 通解的自由度。具体求解过程以及(22) 式中相关 矩阵的定义可以参考文献[16],限于文章篇幅,不 再赘述。

2.4 控制器求解算法

本文针对失效卫星所求解的模型参考跟踪控制 核心问题就是设计控制器 *u*(*t*)使其能保证系统是 鲁棒 *H*_s随机稳定的,并且能够满足对给定指令的 跟踪。 接下来给出失效卫星控制器求解的详细 算法:

第1步 选取参考模型的参数矩阵 **A**_m, **C**_m 以 及干扰矩阵 **M**_i;

第2步 求解状态反馈控制律。利用线性矩 阵不等式(21),解出最小的干扰抑制界 r,以及矩阵 X,和 W,;

第3步 由(16) 式求解出状态反馈控制律

 $K_i = W_i X_i^{-1}$ 。若矩阵 K_i 存在,则进行下一步,否则矩 阵 K_i 不存在或者算法失效;

第4步 求解前馈补偿器,利用(22)式求解矩 **G**_i和**H**_i;

第5步 由(7) 式计算前馈补偿器增益矩阵 $K_{mi} = H_i - K_i G_i$ 。

3 仿真校验

本文考虑目标卫星运行在地球同步轨道,其轨 道参数:轨道周期 T = 86 164 s,轨道角速度 $\omega =$ 7.292 1×10⁻⁵ rad/s,半径 R = 4.224 1×10⁷m。接下来 考虑失效卫星的执行器发生跳变故障情形,假定执 行器出现以下 3 种故障模态:① $f_{11} = f_{12} = f_{13} = 1$,表示 卫星所有执行器工作正常;② $f_{22} = 0.85, f_{21} = f_{23} = 1$, 表示卫星在 y 方向上执行器部分失效,其他方向执 行器正常工作;③ $f_{33} = 0.85, f_{31} = f_{32} = 1$,表示卫星在 z方向上执行器部分失效,其他方向执行器正常工作。 则跳变输入矩阵 B_i 可以表示为

		0	0	0]			[0	0	0
B ₁	=	0	0	0	B ₂ =	0	0	0	
		0	0	0		0	0	0	
		1	0	0		1	0	0	
		0	1	0		0	0.85	0	
		0	0	1		0	0	1	
B ₃	=	0	0	0	1	0	0	T	
		0	0	0	0	1	0		
		0	0	0	0	0	0.85	5	

转移概率矩阵为

$$\boldsymbol{\Lambda} = \begin{bmatrix} -0.7 & 0.4 & 0.3 \\ 0.2 & -0.2 & 0 \\ 0.2 & 0.4 & -0.6 \end{bmatrix}$$

将失效卫星系统中存在的扰动 d 模拟为白噪声 干扰,干扰矩阵取为

> 0 0 1 0 0 0 1 1 0 $M_i =$ 0 , i = 1, 2, 30 0 1 0 0

接下来选取卫星系统的初始状态值为x(0) =[225 312 - 143 0 0 0]^T。假定卫星的执行 器能提供的最大加速度为 $u_{max} = 3 \text{ m/s}^2$ 。参考模型 选取 $A_m = \mathbf{0}_{3\times 3}, C_m = I_{3\times 3}$ 。设置仿真时间 800 s,仿 真结果如下所示。

图1是卫星系统的执行器随着时间发生跳变故

障的3种情形,卫星的执行器随着时间的变化,在3 个模态之间进行切换,执行器出现故障的情形具有 一定随机性。



图 2 和图 3 为跟踪卫星和目标卫星的相对位置 和相对速度曲线。由图 2 和图 3 可知,跟踪卫星和 目标卫星相对距离和相对速度在大约前 200 s 内均 大幅度减小。由于初始时刻两卫星间的位置存在偏 差,因此卫星在前 200 s 内以较大的速度进行轨道 机动,以消除偏差,随后以约 0.1 m/s 的速度进行微 调,两卫星间相对位置也进一步减小。

图 4 为卫星所施加的控制信号,由于初始时刻 两星相对位置存在较大偏差,因此前 200 s 内执行 机构施加的控制信号较大,随后卫星约以 0.01 m/s² 的控制信号继续向目标低速缓慢接近。图 4 说明失 效卫星系统(1)和控制器(5)所组成的闭环控制系 统是随机稳定的。 图 5 为位置跟踪误差,由图可知,卫星系统存在 白噪声干扰情形下,稳态跟踪误差大约为 2 m。这 验证了本文所设计的模型参考跟踪控制器的有效 性。即本文所设计的控制器能够使得失效卫星完成 对给定指令的跟踪。



4 结 论

本文讨论执行器故障情形的失效卫星轨迹跟踪 控制问题。建立了含有跳变参数的卫星相对运动数 学模型,采用跳变系统随机稳定性的充要条件与模 型参考跟踪控制思想给出了在随机切换控制下的模 型参考跟踪控制器的存在条件,并利用 LMI 方法和 矩阵方程理论提出了失效卫星控制器的设计算法。 所设计的控制器中包含自由参数矩阵,可以通过该 参数矩阵对控制器进行进一步优化。数值仿真结果 表明在失效卫星系统存在白噪声干扰时,所设计的 控制器能够快速、准确地完成对给定指令的跟踪。

参考文献:

- [1] 李新刚, 裴胜伟. 国外航天器在轨捕获技术综述[J]. 航天器工程, 2013, 22(1): 113-119
 LI Xingang, PEI Shengwei. On-orbit capture technology of spacecraft[J]. Spacecraft Engineering, 2013, 22(1): 113-119 (in Chinese)
- [2] 胡勇,徐李佳,解永春.针对失控翻滚目标航天器的交会对接控制[J]. 宇航学报, 2015, 36(1): 47-57
 HU Yong, XU Lijia, XIE Yongchun. Control for rendezvous and docking with a tumbling target spacecraft[J]. Journal of Astronautics, 2015, 36(1): 47-57 (in Chinese)
- [3] ZHOU B, WANG Q, LIN Z L, et al. Gain scheduled control of linear systems subject to actuator saturation with application to spacecraft rendezvous[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2014, 22(5): 2031-2038
- [4] 姜博严,胡庆雷,石忠,等.与自由翻滚目标近距离段交会对接的相对姿轨耦合控制[J]. 宇航学报, 2014, 35(1): 54-60

JIANG Boyan, HU Qinglei, SHI Zhong, et al. Relative position and attitude coupled controller design for approaching and docking with a freely tumbling target[J]. Journal of Astronautics, 2014, 35(1): 54-60 (in Chinese)

- [5] 邓泓,孙兆伟,仲惟超. 控制输入受限的拦截卫星轨道鲁棒 H₂/H_{*}控制[J]. 控制理论与应用, 2012, 29(9): 1108-1114 DENG Hong, SUN Zhaowei, ZHONG Weichao. Robust H₂/H_{*} orbit control for intercepting spacecraft with control input constraint[J]. Control Theory and Applications, 2012, 29(9): 1108-1114 (in Chinese)
- [6] EPENOY R. Fuel optimization for continuous-thrust orbital rendezvous with collision avoidance constraint[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2011, 34(2): 493-503
- [7] AHSUN U, MILLER D W, RAMIRES J L. Control of electromagnetic satellite formations in near earth orbits [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2010, 33(6): 1183-1891
- [8] PETERS T V, NOOMEN R, COLMENAREJO P. Analytical solutions to two-impulse nondrifting transfer problems for rendezvous in elliptical orbits [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2014, 37(3): 775-788

- [9] 付艳明,李伟,段广仁. 基于 T-H 方程的卫星轨迹模型参考输出跟踪控制方法[J]. 宇航学报, 2013, 34(4): 496-502
 FU Yanming, LI Wei, DUAN Guangren. Satellite trajectory model reference output tracking control based on T-H equation[J].
 Journal of Astronautics, 2013, 34(4): 496-502 (in Chinese)
- [10] ZHENG G W, DONG S L, SHI P, et al. Fuzzy-model-based nonfragile guaranteed cost control of nonlinear markov jump systems
 [J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2017, 47(8): 2388-2397
- [11] MA H J, JIA Y M. H₂ control of discrete-time periodic systems with markovian jumps and multiplicative noise[J]. International Journal of Control, 2013, 86(10): 1837-1849
- [12] FRAGOSO M D, BACZYNSKI J. Lyapunov coupled equations for continuous-time infinite Markov jump linear systems [J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2002, 274(1): 319-335
- [13] BOUKAS E K. On reference model tracking for Markov jump systems [J]. International Journal of Systems Science, 2009, 40 (4): 393-401
- [14] BOUKAS E K. H_{∞} control of discrete-time markov jump systems with bounded transition probabilities [J]. Optimal Control Applications and Methods, 2009, 30(1): 477-494
- [15] YANG H J, Li H B, SUN F C, et al. Robust control for Markovian jump delta operator systems with actuator saturation [J]. European Journal of Control, 2014, 20(4): 207-215
- [16] FU Y M, LU Y, ZHANG M R. Model reference tracking control of continuous-time periodic linear systems with actuator jumping fault and applications in orbit maneuvering [J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2017, 15(5): 2182-2192

Trajectory tracking control of failure satellite with actuator jumping fault

LU Yang^{1,2}, CAI Bin², QIAO Daopeng², FU Yanming¹, ZHANG Maorui¹ (1.Center for Control Theory and Guidance Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China; 2.Beijing Institute of Electronic System Engineering, Beijing 100854, China

Abstract: This paper studied the trajectory tracking control of a failure satellite that has actuator jumping fault. It proposed a design method based on the jumping control input for the model reference tracking controller. By combining the stochastic stability definition with model reference tracking, it gave the mathematical descriptions of the trajectory tracking control of the failure satellite. It used the linear matrix inequality method and the parametric solution method of the nonhomogeneous generalized Sylvester matrix equation to design the robust H_{∞} state feedback control law and the complete parametric feed-forward tracking compensator respectively, with the disturbance of the failure satellite and its thrust constraint considered simultaneously. The numerical simulation results on the model of the satellite rendezvous system show that the design method proposed in this paper is effective.

Keywords: actuator jumping fault; failure satellite; model reference tracking; parametric method; trajectory tracking control

引用格式:路阳, 蔡彬, 乔道鹏, 等. 执行器跳变故障的失效卫星轨迹跟踪控制[J]. 西北工业大学学报,2022,40(2): 458-464 LU Yang, CAI Bin, QIAO Daopeng, et al. Trajectory tracking control of failure satellite with actuator jumping fault[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2022, 40(2): 458-464 (in Chinese)

© 2022 Journal of Northwestern Polytechnical University.

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.