基于非线性 Terminal 滑模的动能拦截器末制导律设计

朱战霞，韩 沛，陈 鹏

（西北工业大学 航天学院，陕西 西安 710072）

摘 要：滑模制导律由于具有优越的性能而得到广泛关注，其设计的关键是滑模面的选取。传统的滑模变结构制导律通常都选择线性滑动平面，并保证系统到达该平面后跟踪误差渐近地收敛到零，在此过程中对收敛时间没有约束，因此不能满足快速性要求。针对这一问题，可以采用 Terminal 滑模控制策略，即在滑模面设计中引入非线性函数，使跟踪误差在有限时间内收敛到零。分析了一类非线性 Terminal 滑模面在应用中存在的问题，针对该问题设计了一种改进形式的非线性 Terminal 滑模面，并推导了系统从任意初始状态到达平衡状态所需时间的表达式。之后，针对动能拦截器末制导，基于改进方法设计了一种非线性 Terminal 滑模制导律，仿真结果表明，相对于传统的滑模制导律，所设计的制导律可以满足动能拦截的要求，不仅能够使系统状态在有限时间内收敛，而且脱靶量更小。

关 键 词：动能拦截，滑动模态，Terminal 滑模，制导律

中图分类号：V448.2 **文献标识码**：A **文章编号**：1000-2758(2013)02-0233-06

动能拦截是利用拦截器的极大动能直接碰撞并摧毁目标，要求拦截器在很高的飞行速度下具有精确制导能力，因此制导控制技术是动能武器实现精确拦截的关键。传统的制导律大都存在一定缺陷，特别是对付大机动目标时存在脱靶量大、所需测量参数不易得到、抗干扰能力差等问题，不能很好地满足动能拦截的要求[1]。近年来，有学者将智能技术和非线性控制理论应用于动能拦截器的末制导律设计中，主要包括滑模变结构、反馈线性化、逆系统、神经网络和微分几何等。其中滑模变结构方法因其理论较为成熟，具有对参数摄动的不变性和对外界干扰的鲁棒性，结构简单便于实施而得到普遍重视。然而，传统的滑模变结构制导律通常都是选择一个线性的滑动平面，使系统到达滑动平面后，跟踪误差渐近地收敛到零。这种方法存在的问题是，往往无论怎样选择，状态跟踪误差都不会在有限时间内收敛到零。针对这一问题，一些学者提出了 Terminal 滑模控制策略[2-8]，即在滑模面的设计中引入非线性函数，使系统到达该平面后跟踪误差可在有限时间内收敛到零，并将其应用于不同的领域。文献[2,5]设计了多入多出系统的 Terminal 滑模控制方案，并将其用于机器人的操作控制中。文献[3]针对一类不确定性系统，设计了一种自适应快速 Terminal 滑模控制器。文献[4]针对单入单出不确定系统设计了一种 Terminal 滑模控制器。文献[6]将 Terminal 滑模控制应用于一类时延系统中。文献[7]针对大气层外动能拦截器的精确拦截问题，设计了一种基于 Terminal 滑模的鲁棒末制导律。在非线性滑模面的设计上，文献[4-7]引入了包括状态变量的指数项、比例项和一阶微分项的非线性 Terminal 滑动模态，文献[8]引入了包括状态变量的指数项和一阶微分项的非线性 Terminal 滑动模态。但是对于以上滑动模态，当状态变量小于零时，在某些情况下可能存在状态变量的指数项非实数的情况，从而无法在实数域得到滑动模态面，使应用具有局限性。本文针对以上方法的缺陷，参考已有滑模面设计思路，设计了一种改进形式的非线性 Terminal 滑模面，并推导了系统从任意初始状态到达平衡状态所需时间的表达式。之后，基于所设计的滑模面，针对大气层外动能拦截器，推导得到了滑模变结构末

收稿日期：2012-04-17 基金项目：国家自然科学基金(10802064)资助

作者简介：朱战霞(1973—)，女，西北工业大学教授、博士生导师，主要从事飞行器动力学与控制研究。

制导律,仿真结果表明所设计的末制导律对目标机动有较强的鲁棒性,相对于传统滑模制导律,其状态跟踪误差可在较短时间内收敛到零。

1 非线性 Terminal 滑模面设计

传统的滑模制导律对收敛时间没有约束,不能满足快速性要求。有学者提出在滑膜面的设计过程中引入非线性项,以改善系统系能,基于这种思想,文献[5]选取的滑模面如下

$$s = \dot{x} + \beta x^{p/r} \tag{1}$$

在式中,x 为状态变量,$\beta > 0$,p 和 $r(p > r)$ 为正奇数,其中引入的非线性项为 $\beta x^{p/r}$。

由(1)式可得,系统从任意初始状态 $x_0 \neq 0$ 收敛到平衡状态($x = 0$)的时间为

$$t_s = \frac{r}{\beta(r-p)} | x_0 |^{(r-p)/r} \tag{2}$$

因此可通过设定 β、p 和 r 使系统在有限时间 t_s 内到达平衡状态。平衡状态也称为非线性终端吸引子。由于(1)式的滑动模态引入了非线性部分 $\beta x^{p/r}$,所以能够改善系统向平衡状态收敛的速度,并且越远离平衡状态,收敛速度就越快。但是,这种非线性 Terminal 滑模控制在收敛时间上并非最优,主要原因是当系统接近平衡状态时,非线性滑动模态表达(1)式的收敛速度要比线性滑动模态的收敛速度慢。

在大气层外动能拦截器末制导过程中,要尽量使视线转动角速度趋于零,才能保证直接碰撞杀伤目标。因此,非线性滑模制导律的设计任务是使视线角速度快速趋于零,并在有界干扰的情况下仍能保证小脱靶量。为此,文献[4-7]设计出了以下全局快速非线性终端滑动模态

$$s = \dot{x} + \alpha x + \beta x^{q/p} \tag{3}$$

式中 $x \in \mathbf{R}$($\mathbf{R}$ 表示实数)为状态变量,$\alpha, \beta > 0$,p和q($p > q$)为正奇数。

由(3)式可得,从滑动模态上任意初始状态 $x_0 \neq 0$ 收敛到平衡状态 $x = 0$ 的时间为

$$t_s = \frac{p}{\alpha(p-q)} \ln \frac{\alpha x_0^{(p-q)/p} + \beta}{\beta} \tag{4}$$

因此可以通过设定 α,β,p,q 的值使系统在有限时间 t_s 内达到平衡状态。

但是注意到(1)式和(3)式中当 $x < 0$ 时,部分幂次 q/p 有可能会导致 $x^{q/p} \notin \mathbf{R}$ 并且 $\dot{x} \notin \mathbf{R}$,从而无法得到实数域中的滑模面,使应用具有局限性。因此,本文参考了文献[5]中滑模面的设计方法,对(3)式进行修正,采用以下改进形式的滑模面

$$s = \dot{x} + \alpha x + \beta | x |^{\gamma} \mathrm{sign}(x) \tag{5}$$

式中 $x \in \mathbf{R}$,$\alpha, \beta > 0$,$0 < \gamma < 1$。

由(5)式可见,对于任意状态变量,都不可能存在 $| x |^{\gamma} \notin \mathbf{R}$ 和 $\dot{x} \notin \mathbf{R}$ 的情况,滑模面在实数域内都存在,弥补了(3)式的不足。下面对采用该滑模面时的收敛时间进行分析。

令 $s = 0$,当 $x > 0$ 时,由(5)式可得

$$-\beta = x^{-\gamma} \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \alpha x^{1-\gamma} \tag{6}$$

令 $y = x^{1-\gamma}$,则

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = (1-\gamma) x^{-\gamma} \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \tag{7}$$

于是(6)式可以改写为

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + \alpha(1-\gamma) y = -\beta(1-\gamma) \tag{8}$$

(8)式的通解为

$$y = \mathrm{e}^{-\int_0^t \alpha(1-\gamma)\,\mathrm{d}t} \left(\int_0^t -\beta(1-\gamma)\, \mathrm{e}^{\int_0^t \alpha(1-\gamma)\,\mathrm{d}t} \mathrm{d}t + C \right) \tag{9}$$

当 $t = 0$ 时,$C = y(0)$,则(9)式变为

$$y = -\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\beta}{\alpha} \mathrm{e}^{-\alpha(1-\gamma)t} + y(0)\, \mathrm{e}^{-\alpha(1-\gamma)t} \tag{10}$$

由于 $x = 0$ 时,$y = 0$,$t = t_s$,代入(10)式可得

$$\frac{\beta + \alpha y(0)}{\beta} = \mathrm{e}^{\alpha(1-\gamma)t_s} \tag{11}$$

由此可以推出当 $x > 0$ 时,滑动模态从任意初始状态 $x_0 \neq 0$ 收敛到平衡状态 $x = 0$ 的时间为

$$t_s = \frac{1}{\alpha(1-\gamma)} \ln \frac{\beta + \alpha y(0)}{\beta} \tag{12}$$

即

$$t_s = \frac{1}{\alpha(1-\gamma)} \ln \frac{\beta + \alpha x(0)^{(1-\gamma)}}{\beta} \tag{13}$$

同理可得,当 $x < 0$ 时收敛时间

$$t_s = \frac{1}{\alpha(1-\gamma)} \ln \frac{\beta - \alpha x(0)^{(1-\gamma)}}{\beta} \tag{14}$$

这样,只需设定参数 α,β,γ 便可以使系统在有限时间 t_s 内达到平衡状态。

2 动能拦截器的非线性 Terminal 滑模末制导律设计

选取视线坐标系($ox_sy_sz_s$)作为动能拦截器末

制导过程中目标 -拦截器相对运动的参考坐标系。该坐标系的原点 o 取在拦截器质心上; ox_s 轴与拦截器 -目标视线重合,且由拦截器指向目标为正方向; oy_s 轴是位于包含 ox_s 轴的纵向平面内,与 ox_s 轴垂直,向上为正方向。oz_s 轴垂直于 ox_sy_s 平面,方向按右手定则确定。

假设在末制导过程中,姿态控制系统使动能拦截器的滚转角保持为零,则可将目标 -拦截器的相对运动解耦成纵向平面和侧向平面内的运动。

在拦截器纵向运动平面内,设在 Δt 时间内,视线高低角的增量为 $\tilde{q}_\varepsilon$,则 $\sin\tilde{q}_\varepsilon(t) = \dfrac{\tilde{y}_s(t)}{R(t)}$,$R(t)$ 表示动能拦截器与目标之间的相对距离; $\tilde{y}_s(t)$ 表示在 Δt 时间内 $o\tilde{y}_s$ 方向上的相对位移。若时间段 Δt 足够小,则 $\tilde{q}_\varepsilon(t)$ 是一很小的量。因此

$$\tilde{q}_\varepsilon(t) = \frac{\tilde{y}_s(t)}{R(t)} \tag{15}$$

将上式进行微分变换得到

$$\ddot{\tilde{q}}_\varepsilon(t) = -\frac{2\dot{R}(t)}{R(t)}\dot{\tilde{q}}_\varepsilon(t) - \frac{\ddot{R}(t)}{R(t)}\tilde{q}_\varepsilon(t) + \frac{\ddot{\tilde{y}}_s(t)}{R(t)} \tag{16}$$

式中, $\ddot{\tilde{y}}_s(t) = -a_{my_s}(t) + a_{ty_s}(t)$, $a_{my_s}(t)$ 和 $a_{ty_s}(t)$ 分别代表动能拦截器和目标机动加速度在 $o\tilde{y}_s$ 轴方向上的分量。

为了更好地设计制导律,取状态变量 $x_1 = \tilde{q}_\varepsilon(t)$, $x_2 = \dot{\tilde{q}}_\varepsilon(t)$,那么由(16)式可得到纵向平面内相对运动的状态空间方程为

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1\\ -\dfrac{\ddot{R}(t)}{R(t)} & -\dfrac{2\dot{R}(t)}{R(t)}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ -\dfrac{1}{R(t)}\end{bmatrix}u + \begin{bmatrix}0\\ \dfrac{1}{R(t)}\end{bmatrix}f \tag{17}$$

式中, $u = a_{my_s}(t)$ 视为控制量; $f = a_{ty_s}(t)$ 视为干扰量。

设计改进的快速非线性 Terminal 滑动模态

$$s = \dot{x} + \alpha x + \beta |x|^\gamma \operatorname{sign}(x) \tag{18}$$

上式中 $x \in \mathbf{R}$, $\alpha, \beta > 0$, $0 < \gamma < 1$。

同时选取纵向滑模趋近律

$$\dot{s} = -k_1 s - k_2 \operatorname{sgn}(s) \tag{19}$$

式中, $k_1 = \text{const} > 0$, $k_2 = \text{const} > 0$。

由(17)式 ~ (19)式可以求出纵向平面内的末制导律的精确表达式为

$$a_{my_s} = R\left(-\frac{\dot{R}}{R}x_1 - \frac{2\dot{R}}{R}x_2 + k_1 s + k_2\operatorname{sgn}(s) + \alpha\dot{x}_1 + \beta\gamma|x_1|^{\gamma-1}\dot{x}_1 + \frac{f}{R}\right) \tag{20}$$

根据 Lyapunov 稳定性分析,取 Lyapunov 函数 $V = \dfrac{s^2}{2}$,并将此函数相对时间进行微分,并考虑状态方程(17),得到

$$\dot{V} = s\left(-\frac{\ddot{R}}{R}x_1 - \frac{2\dot{R}}{R}x_2 - \frac{a_{my4}}{R} + \frac{f}{R} + \alpha\dot{x}_1 + \beta\gamma|x_1|^{\gamma-1}\dot{x}_1\right) \tag{21}$$

将制导律表达(20)式代入上式可得

$$\dot{V} = -k_1 s^2 - k_2|s| + \frac{f}{R}s \tag{22}$$

由于 $k_1, k_2 > 0$, f 可以忽略,则 $\dot{V} \leqslant 0$,系统 Lyapunov 稳定。

由于非线性终端滑模末制导律对参数摄动是有鲁棒性的,并且在大气层外动能拦截末制导过程中 R 变化并不是很大,因此可以假设 R 为常数。$\dot{R}$ 不能直接测量,但是由于 R 近似为常数,也可以认为 $\dot{R}$ 值很小,可以忽略不计。另外在实际的末制导过程中,目标机动加速度干扰 f 可能无法精确得到,考虑到所设计的非线性终端滑模制导律的鲁棒性,可以忽略干扰项 f,将这些简化带入制导律表达(20)式,可以得到动能拦截器纵向平面内的非线性终端滑模制导律为

$$a_{my_s} = R(k_1 s + k_2\operatorname{sgn}(s)) + (-2\dot{R}(0) + R\alpha + R\beta\gamma|x_1|^{\gamma-1})\dot{q}_\varepsilon \tag{23}$$

式中 $R(0)$ 为末制导初始时刻 R 的估计值。

用同样的方法和过程可以得到动能拦截器侧向平面内非线性终端滑模制导律为

$$a_{mz_s} = -R_1(k_1' s' + k_2'\operatorname{sign}(s')) + (2\dot{R}_1(0) - R_1\alpha' - R_1\beta'\gamma'|x'_1|^{\gamma'-1})\dot{q}_\beta \tag{24}$$

其中的 $R_1 = R\cos q_\varepsilon$, $\dot{R}_1(0)$ 为末制导初始时刻 $\dot{R}_1$ 的估计值,其余带撇号上标的符号表示对侧向平面而言所取的滑动模态和系数。

3　数值仿真与结果分析

为了分析所设计的非线性 Terminal 滑模末制导律的拦截精度和鲁棒性能,对其进行数值仿真,并将仿真结果与传统滑模变结构制导律的结果进行了

比较。

3.1 仿真参数选择

选择动能拦截器的初始质量为100 kg，轨控发动机的推力最大值为 $F_{\max}=4\times490$ N，发动机比冲为300 s，推力延迟时间为0.01 s，推力由零增至稳态值的时间和由稳态值降为零的时间均为0.01 s。

设末制导初始时刻拦截器速度 $V_{m0}=4\ 000$ m/s，拦截器在地心惯性坐标系的位置为 $x_{em0}=50$ km，$y_{em0}=6\ 490$ km，$z_{em0}=333$ m；目标初始速度 $V_{t0}=3\ 000$ m/s，初始弹道倾角 $\theta_{t0}=0.174\ 5$，弹道偏角 $\psi_{t0}=\pi$，在地心惯性坐标系中的位置为 $x_{et0}=100$ km，$y_{et0}=6\ 500$ km，$z_{et0}=0$ km。初始时刻拦截器与目标的相对位置为：$x_{t0}=50$ km，$y_{t0}=10$ km，$z_{t0}=-333$ m。取 $\alpha=\alpha'=5$，$\beta=\beta'=0.1$，$\gamma=\gamma'=0.5$，$k_1=k_2=0.1$，$k'_1=k'_2=0.1$。目标机动过载加速度为 $3g$。

3.2 仿真结果与分析

将本文改进的快速非线性Terminal滑模变结构制导律与传统滑模制导律分别进行真。其中传统滑模制导律的表达式为

$$a_{my_s}=(k+1)\mid\dot{R}\mid\dot{q}_\varepsilon(t)+\varepsilon\frac{\dot{q}_\varepsilon(t)}{\mid\dot{q}_\varepsilon(t)\mid+\delta} \tag{25}$$

$$a_{mz_s}=-(k+1)\mid\dot{R}_1\mid\dot{q}_\beta(t)-\varepsilon_1\frac{\dot{q}_\beta(t)}{\mid\dot{q}_\beta(t)\mid+\delta_1} \tag{26}$$

仿真中取(25)式和(26)式的 $k=4$，$\varepsilon=10$，$\varepsilon_1=10$，$\delta=10^{-4}$，$\delta_1=10^{-4}$。目标按照3种方式机动，进行蒙特卡洛模拟打靶(100次)，统计出脱靶量的均值如表1所示，其中 a_{ty}、a_{tz} 分别表示目标机动加速度在弹道坐标系 oy 和 oz 2个轴上的投影。视线角速度变化的典型曲线如图1～图6所示。

表1 蒙特卡洛仿真结果

目标机动加速度	传统方法脱靶量均值/m	本文方法脱靶量均值/m
$a_{ty}=3g$ $a_{tz}=0$	2.503 8	2.072 5
$a_{ty}=0$ $a_{tz}=3g$	1.467 3	0.944 8
$a_{ty}=3g$ $a_{tz}=3g$	3.081 3	1.234 6

图1～图6分别给出了目标3种机动方式下，应用传统滑模制导律与改进的快速非线性Terminal滑模制导律，KKV攻击目标过程中视线角速度的变化情况。由仿真结果可以看出，改进的非线性Terminal滑模制导律能够使视线角速度快速收敛到接近于零的稳定状态，有利于末制导段的精确控制。而且表1的结果表明，无论目标进行何种机动，改进的非线性Terminal滑模制导律的脱靶量都小于传统滑模制导律，说明了本文所设计的制导律具有更好的制导精度。

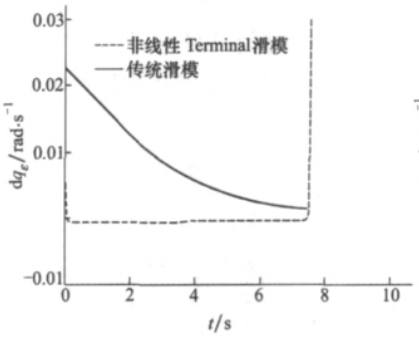


图1 目标只纵向机动时 $\dot{q}_\varepsilon$ 变化

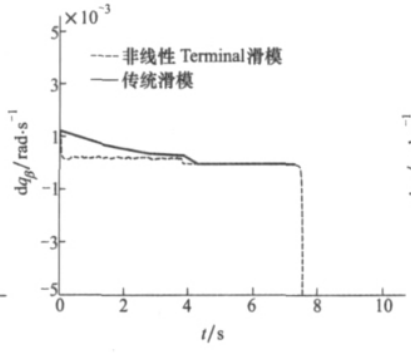


图2 目标只纵向机动时 $\dot{q}_\beta$ 变化

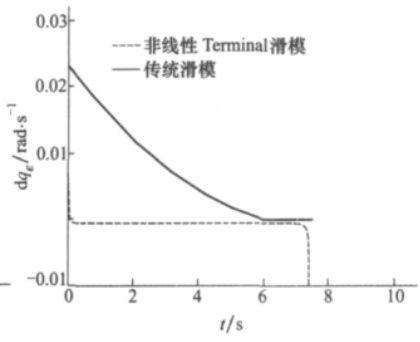


图3 目标只侧向机动时 $\dot{q}_\varepsilon$ 变化

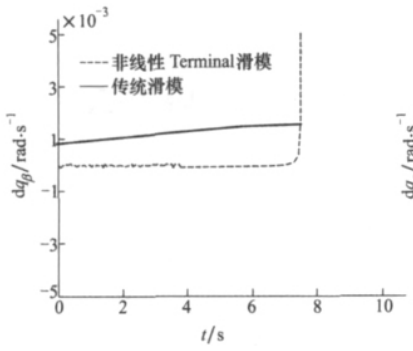


图 4　目标只侧向机动 $\dot{q}_\beta$ 变化

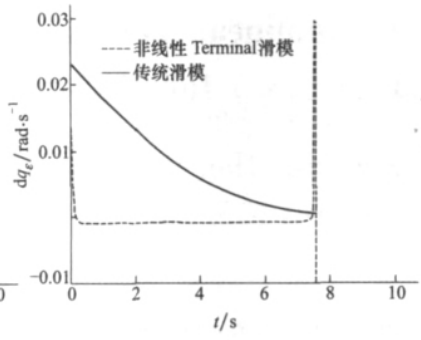


图 5　目标纵侧向同时机动 $\dot{q}_\varepsilon$ 变化

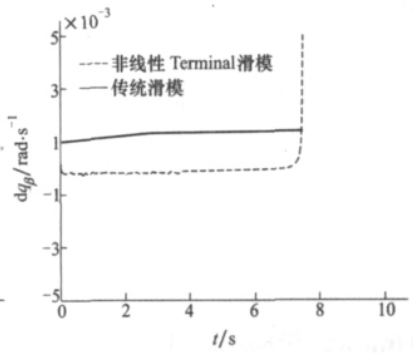


图 6　目标纵侧向同时机动 $\dot{q}_\beta$ 变化

4　结　论

本文以大气层外动能拦截器为对象，基于非线性 Terminal 滑模控制方法进行末制导律的设计，针对一类非线性 Terminal 滑模面在应用中存在的问题，设计了一种改进形式，并基于此推导给出了动能拦截器末制导段的非线性 Terminal 滑模制导律，仿真结果表明该制导律能够使系统角速度快速收敛到稳定状态，并且脱靶量较小，可以满足动能拦截的要求。

参考文献:

[1] 韩　沛. 大气层外动能拦截器末制导律设计与仿真. [硕士学位论文]. 西安: 西北工业大学，2012
Han Pei. Design and Simulation of Terminal Guidance Law for Exo-Atmospheric Kinetic Vehicle. Master Degree Dissertation. Xi′an: Northwestern Polytechnical University，2012 (in Chinese)

[2] Park K B，Lee J J. Comments on a Robust MIMO Terminal Sliding Mode Control Scheme for Rigid Robot Manipulators. IEEE Trans on Automatic Control，1996，41(5): 761-762

[3] Min Jianqing，Fang Yingguo，Xu Zibin. Adaptive Fast Terminal Sliding Mode Control for a Class of Uncertain System. IEEE International Conference on Industrial and Information Systems，2009

[4] Yu Shuanghe，Yu Xinghuo，Man Zhihong. Robust Global Terminal Sliding Mode Control of SISO Nonlinear Uncertain Systems. IEEE Conference on Decision and Control，Sydney，Australia，2000

[5] Man Z H，Paplinski A P，Wuh R A. Robust MIMO Terminal Sliding Mode Control Scheme for Rigid Robot Manipulator. IEEE Trans on Automatic Control，1994，39: 2464-2469

[6] Zong Guangdeng，Wu Yuqiang. Finite Time Terminal Sliding Mode Control for a Class of Time Delay Systems. Proceedings of the 5th World Congress on Intelligent Control and Automation，2004，Hangzhou，P. R. China

[7] 汤一华，陈士橹，徐　敏，万自明. 基于 Terminal 滑模的动能拦截器末制导律研究. 空军工程大学学报，2007，(2): 22-25
Tang Yihua，Chen Shilu，Xu Min，Wan Ziming. Terminal Guidance Law of Kinetic interceptor Based on Terminal Sliding-Mode. Journal of Air Force Engineering University(Natural Science Edition). 2007，(2): 22-25 (in Chinese)

[8] Yu Xinghuo，Man Zhihong. Fast Terminal Sliding-Mode Control Design for Nonlinear Dynamical Systems. IEEE Trans on Circuits and Systems，2002

Design of Nonlinear Terminal SMGL (Sliding-Mode Guidance Law) for KKV (Kinetic Kill Vehicle)

Zhu Zhanxia, Han Pei, Chen Peng
(College of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: SMGL has drawn great attention for its superior performance; during the design of SMGL, the key is how to choose a sliding-mode. Traditionally we choose a linear sliding-mode, with which the tracking error of system will asymptotically converge to zero. But the shortcoming of linear-mode is that we cannot control the convergence time and that sometimes this cannot meet the requirement of rapid response. To avoid this problem, we can use terminal sliding-mode control law (TSMCL), in which a nonlinear function is introduced in the sliding-mode, and this can satisfy that tracking error converges to zero in finite time. In this paper, we analysed the problems of a kind of nonlinear terminal sliding-mode surface that emerged in its utilization. Then, aiming at the above problem, we put forward a novel improved nonlinear terminal sliding-mode(NTSM) and derived the expression of convergence time that is needed by the system to arrive at balance state from an initial state. Finally, for KKV, we designed a new nonlinear terminal sliding-mode guidance law using the improved NTSM. Representative simulation results and their analysis show preliminarily that the new guidance law not only meets the requirement of kinetic kill assignment, but also converges quickly; furthermore the miss distance is smaller than that of traditional sliding-mode guidance law.

Key words: design, errors, response time(computer systems), sliding mode control, tracking(position); guidance law, KKV(Kinetic Kill Vehicle), terminal sliding mode

《机械科学与技术》2013年第32卷第4期有24篇论文的英文摘要用了Ei Thesaurus第6版主题词

《机械科学与技术》第32卷第4期共有29篇论文,其中有24篇每篇用了1至4个Ei Thesaurus第6版主题词:(1)11篇各1个,(2)10篇各2个,(3)2篇各3个,(4)1篇4个,(5)24篇共用41个。29篇平均每篇41÷29=1.41个。

1篇4个及2篇各3个,共3篇10个。这3篇每篇英文摘要的该卷页数、第一作者、第一作者所属单位、Ei Thesaurus第6版主题词如下:

(1)499页,周海仑,南京航空航天大学:nonlinear systems, dynamics, bearings (machine parts), rotors

(2)564页,钟相强,安徽工程大学:sheet metal, algorithms, energy conservation

(3)572页,余然,武汉第二船舶设计所:reliability, maintenance, decision making

胡沛泉
2013年4月